

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Факультет електроніки та інформаційних технологій

Кафедра електроніки,
загальної та прикладної фізики

Кваліфікаційна робота магістра
**РОЛЬ ВИХРОВИХ СТРУМІВ В ДИНАМІЦІ НАМАГНІЧЕНОСТІ
ПРОВІДНИХ НАНОЧАСТИНОК**

Магістрант гр. ЕП.м-91н



В. О. Москаленко

Науковий керівник,
д-р фіз.-мат. наук, професор

С. І. Денисов

Завідувач кафедри ЕЗПФ
д-р фіз.-мат. наук, професор

І. Ю. Проценко

Суми – 2021

РЕФЕРАТ

У відповідності з законом електромагнітної індукції динаміка намагніченості в металевих феромагнітних наночастинках викликає появу в них вихрових струмів. Ці струми генерують індукційні магнітні поля, які, в свою чергу, можуть суттєво впливати на динаміку намагніченості. Метою даної кваліфікаційної роботи є 1) вивчення впливу вихрових струмів, які генеруються у провідних феромагнітних наночастинках, на динаміку їх намагніченості та 2) отримання ефективного рівняння Ландау-Ліфшиця-Гільберта (ЛЛГ) для опису цієї динаміки.

Для досягнення зазначеної мети зазвичай використовується рівняння ЛЛГ, в якому дія вихрових струмів враховується шляхом включення в ефективне магнітне поле, що діє на намагніченість наночастинки, магнітних полів вихрових струмів. Оскільки для їх визначення необхідно поряд з рівнянням ЛЛГ використовувати систему рівнянь Максвелла, проблема аналізу динаміки намагніченості у провідних наночастинках значно ускладнюється у порівнянні з непровідними. Нещодавно ця проблема була вирішена шляхом введення замкненого ефективного рівняння ЛЛГ, в якому дія вихрових струмів враховується додатковим параметром загасання Гільберта. В даній роботі проаналізовано основні результати, отримані в цьому напрямку.

Робота викладена на 26 сторінках, зокрема, містить 7 рисунків та список використаних джерел із 23 найменувань.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: ПРОВІДНІ ФЕРОМАГНІТНІ НАНОЧАСТИНКИ,
ВИХРОВІ СТРУМИ, РІВНЯННЯ МАКСВЕЛЛА, КВАЗІСТАЦІОНАРНЕ
НАБЛИЖЕННЯ, ЕФЕКТИВНЕ РІВНЯННЯ ЛАНДАУ-ЛІФШИЦЯ-ГІЛЬБЕРТА,
ЕФЕКТИВНИЙ ПАРАМЕТР ЗАГАСАННЯ ГІЛЬБЕРТА

ЗМІСТ

	С.
ВСТУП	4
РОЗДІЛ 1. ДЕЯКІ ВЛАСТИВОСТІ ФЕРОМАГНІТНИХ МАТЕРІАЛІВ	5
1.1. Основні характеристики масивних феромагнетиків	5
1.2. Однодоменні феромагнітні наночастинки	10
1.3. Застосування магнітних наночастинок у біомедицині	11
РОЗДІЛ 2. ПОВНА СИСТЕМА РІВНЯНЬ МАКСВЕЛЛА ТА ЛАНДАУ-ЛІФШИЦЯ-ГІЛЬБЕРТА ДЛЯ ПРОВІДНИХ НАНОЧАСТИНОК	14
2.1. Модель, основні рівняння та граничні умови.....	14
2.2. Розв'язок рівнянь Максвелла для індукційного електричного поля	16
2.3. Розв'язок рівнянь Максвелла для магнітного поля індукційних струмів	18
РОЗДІЛ 3. ЕФЕКТИВНЕ РІВНЯННЯ ЛАНДАУ-ЛІФШИЦЯ-ГІЛЬБЕРТА ..	21
3.1. Рівняння динаміки намагніченості	21
3.2. Аналіз вкладу вихрових струмів	21
ВИСНОВКИ	23
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	24

ВСТУП

Базовим рівнянням, що зазвичай використовується для опису динаміки намагніченості непровідних феромагнітних наночастинках, є феноменологічне рівняння Ландау-Ліфшиця (ЛЛ), або еквівалентне йому рівняння Ландау-Ліфшиця-Гільберта (ЛЛГ) (вони відрізняються лише структурою релаксаційного доданку). Основну роль в такому підході грає ефективне магнітне поле, під дією якого відбувається динаміка намагніченості і яке враховує різні види магнітної взаємодії в наночастинках.

У випадку провідних наночастинок процедура опису динаміки намагніченості суттєво ускладнюється. Причина полягає у тому, що в таких частинках в ефективне магнітне поле необхідно включати усереднене за їх об'ємом магнітне поле вихрових струмів, які у відповідності з законом електромагнітної індукції генеруються внаслідок зміни з часом напрямку намагніченості. Таким чином, для теоретичного опису динаміки намагніченості в провідних наночастинках необхідно використовувати зв'язану систему рівнянь ЛЛГ і Максвелла. Для наночастинок довільної форми ця проблема може бути вирішена лише чисельними методами. Але у випадку наночастинок сферичної форми систему рівнянь Максвелла вдається розв'язати аналітично для довільної залежності намагніченості від часу та отримати додатковий вклад в ефективне магнітне поле, який відповідає за вплив вихрових струмів. Виявилось [1,2], що цей вплив практично повністю враховується додатковим параметром загасання Гільберта, для якого отримано явний вираз.

В даній роботі відтворені основні етапи визначення додаткового параметра загасання Гільберта. А саме, шляхом розв'язання системи рівнянь Максвелла у квазістаціонарному наближенні визначена напруженість електричного поля, що індукується динамікою намагніченості, при виконанні закону Ома розраховано магнітне поле вихрових струмів та знайдено його середнє значення всередині наночастинки. Нарешті, використовуючи рівняння ЛЛГ, отримано додатковий параметр загасання Гільберта, що враховує вплив провідності наночастинки.

РОЗДІЛ 1. ДЕЯКІ ВЛАСТИВОСТІ ФЕРОМАГНІТНИХ МАТЕРІАЛІВ

1.1. Основні характеристики масивних феромагнетиків

Феромагнетиками називаються речовини, що володіють, за відсутності зовнішнього магнітного поля, спонтанної намагніченістю в певному інтервалі температур [3].

Феромагнетизм виявляють кристали тільки дев'яти хімічних елементів: три $3d$ -метала (Fe, Co, Ni) і шість $4f$ -метала (Gd, Dy, Tb, Ho, Er, Tm). Однак є також велика кількість сплавів і хімічних сполук, що володіють феромагнітними властивостями.

Загальною ознакою для всіх феромагнетиків є наявність атомів з недобудованими d – або f – оболонками. Такі атоми мають некомпенсований магнітний момент. Наявність спонтанної намагніченості свідчить про те, що магнітні моменти атомів в певних областях феромагнетика орієнтовані не випадковим чином, як в парамагнетика, а впорядковано-паралельно один одному.

Дослідами Ейнштейна - де Газа і Барнетта було доведено, що феромагнетизм пов'язаний з упорядкуванням спінових магнітних моментів атомів. У феромагнетику міжатомна взаємодія призводить до появи сил, що вибудовують спінові магнітні моменти електронів паралельно один одному. В результаті цього в феромагнетику утворюються області спонтанної намагніченості, звані доменами.

Домен - мікроскопічна область феромагнетика розміром 10^{-3} - 10^{-2} см, яка спонтанно намагнічена до насичення і володіє певним магнітним моментом. Напрямки магнітних моментів у різних доменів різні. Тому за відсутності зовнішнього магнітного поля сумарний магнітний момент всього обсягу феромагнетика дорівнює нулю. Подання про доменах дозволяє пояснити закономірності намагнічування феромагнетиків.

Феромагнетики володіють властивостями відмінними від властивостей діамагнетиків і парамагнетиків.

Феромагнетики є сильномагнітними речовинами. Намагніченість феромагнетиків в 10^{10} разів перевершує намагніченість слабомагнітних речовин.

Намагніченість J феромагнетика є нелінійною функцією напруженості H зовнішнього магнітного поля (рис. 1.1, а) [4]. Для намагніченості J характерне явище насичення, що полягає в тому, що, починаючи з деякого значення напруженості H_m , величина намагніченості J не змінюється (рис. 1.1, а).

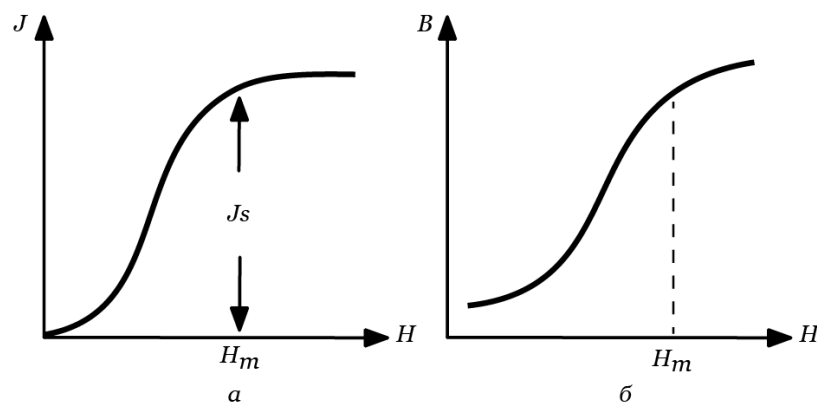


Рис. 1.1 – Вигляд залежностей (а) $j = f(H)$, (б) $B = f(H)$

При напруженостях $H < H_m$ індукція магнітного поля $B = \mu_0 H + \mu_0 J$ є нелінійною функцією напруженості H зовнішнього магнітного поля (рис. 1.1, б). Для напруженості поля $H = H_m$ індукція магнітного поля $B = \mu_0 H + \mu_0 J_s$. При $H \geq H_m$ індукція B росте по лінійному закону в силу того, що в вираженні $B = \mu_0 H + \mu_0 J_s$ другий доданок залишається постійним (див. Рис. 1.1, б)

Магнітна сприйнятливість χ феромагнетика є нелінійною функцією напруженості H зовнішнього магнітного поля [5]. При напруженості зовнішнього поля $H = H_m$ магнітна сприйнятливість χ досягає максимуму. При збільшенні величини напруженості магнітного поля $H > H_m$ магнітна сприйнятливість $\chi \rightarrow 0$ (рис. 1.2, а).

Магнітна проникність μ феромагнетика є нелінійною функцією напруженості H зовнішнього магнітного поля. Максимальне значення проникності μ досягається дещо раніше, ніж намагніченість насичення. При збільшенні величини напруженості магнітного поля $H > H_m$ магнітна проникність $\mu \rightarrow 1$ (рис. 1.2, б).

Ферромагнетик характеризується початковим μ_H і максимальним μ_{max} значеннями магнітної проникності.

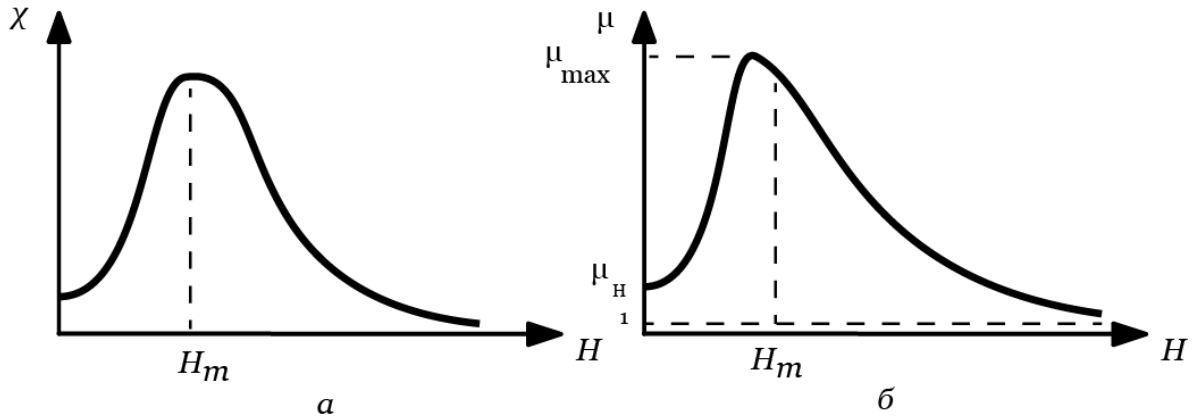


Рис. 1.2 – Вигляд залежностей $\chi = f(H)$ і $\mu = f(H)$ для ферромагнетиків.

Специфічні властивості ферромагнетиків проявляються лише в певному інтервалі температур. В процесі нагрівання вище деякої температури T_K відбувається руйнування доменної структури ферромагнетика.

Температура T_K , при якій руйнується доменна структура ферромагнетика, називається температурою Кюрі [6]. Точка Кюрі T_K - це температура фазового переходу речовини з ферромагнітного в парамагнітний стан [7]. При $T > T_K$ ферромагнетик поводить себе як звичайний парамагнетик, магнітна сприйнятливність χ якого підкоряється закону Кюрі - Вейсса:

$$\chi = \frac{C}{T - T_K}$$

У точці Кюрі спонтанна намагніченість зникає, а магнітна проникність μ досягає свого максимального значення (рис. 1.3).

При охолодженні ферромагнетика нижче точки Кюрі в ньому знову виникає доменна структура. Фазовий перехід ферромагнетик-парамагнетик є оборотним фазовим переходом.

При намагніченні феромагнетиків спостерігається явище магнітострикції. Магнітострикцією називається зміна лінійних розмірів феромагнетиків при намагнічуванні в зовнішньому магнітному полі.

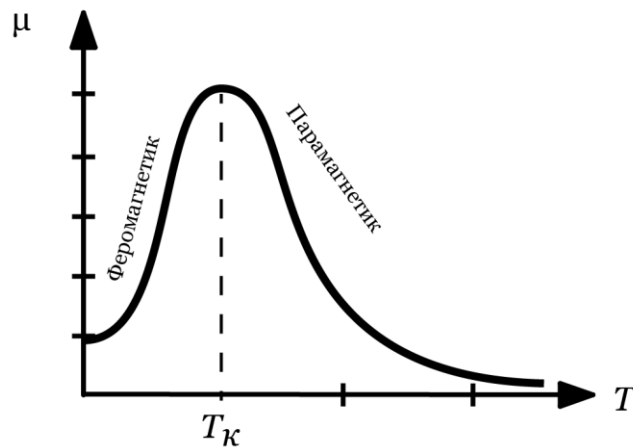


Рис. 1.3 – Залежність $\mu = f(T)$ для феромагнетика.

Для феромагнетиків характерне явище магнітного гістерезису. Магнітним гістерезисом (запізненням) називається явище відставання зміни індукції магнітного поля у феромагнетику від зміни напруженості H зовнішнього поля. Причиною магнітного гістерезису є незворотність процесів зсуву доменних кордонів.

При циклічних змінах напруженості зовнішнього магнітного поля залежність магнітної індукції B від поля H визначається попереднім станом намагніченості феромагнетика. Петлею гістерезису (рис. 1.4) називається крива зміни індукції магнітного поля B в феромагнетику в залежності від зміни напруженості зовнішнього магнітного поля H . Фізичне пояснення петлі гістерезису може бути дано на основі доменної структури феромагнетика. При первинному збільшенні поля наростання індукції B описується кривою 1 (див. Рис. 1.4). При цьому відбувається зміщення кордонів доменів, у яких магнітні моменти мають менш вигідну орієнтацію по відношенню до поля \vec{H} (рис. 1.5, б). В результаті індукція магнітного поля у феромагнетику починає зростати. В області високих полів

індукція магнітного поля зростає за рахунок повороту магнітних моментів доменів в напрямку поля \vec{H} (рис. 1.5, в).

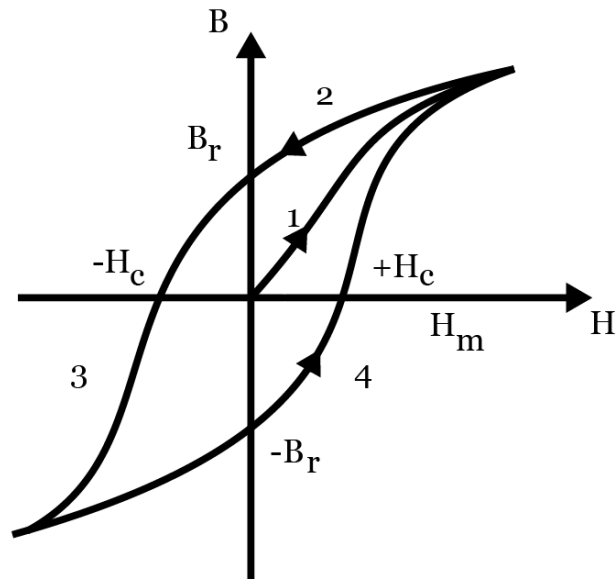


Рис. 1.4 – Петля гістерезису [8].

При деякому значенні напруженості поля \vec{H} більшість магнітних моментів доменів буде орієнтовано в напрямку поля (рис. 1.5, г). У цьому стані намагніченість феромагнетика досягає насичення, і індукція магнітного поля B при подальшому збільшенні зовнішнього поля H зростає незначно (див. Рис. 1.4).

При зменшенні напруженості зовнішнього поля \vec{H} відбувається поступова розорієнтація магнітних моментів доменів. Через незворотності процесу освіти кордонів доменів зменшення індукції магнітного поля B відбувається по гілці 2. При значенні поля $H = 0$ магнітні моменти деяких доменів феромагнетика залишаються орієнтованими в напрямку поля, що викликало намагніченість. В даному випадку кажуть, що феромагнетик при $H = 0$ має залишкову індукцією магнітного поля B_r .

Коерцитивною силою називається напруженість H_c зовнішнього магнітного поля, що має напрям, протилежний полю, який викликав намагнічування феромагнетика, при якій звертається в нуль залишкова індукція магнітного поля [9]. При подальшій зміні величини напруженості поля H індукція магнітного поля B змінюється по гілках 3-4 петлі гістерезиса (див. Рис. 1.4). В процесі

намагнічування феромагнетика частина енергії переходить в тепло і феромагнетик нагрівається [10].

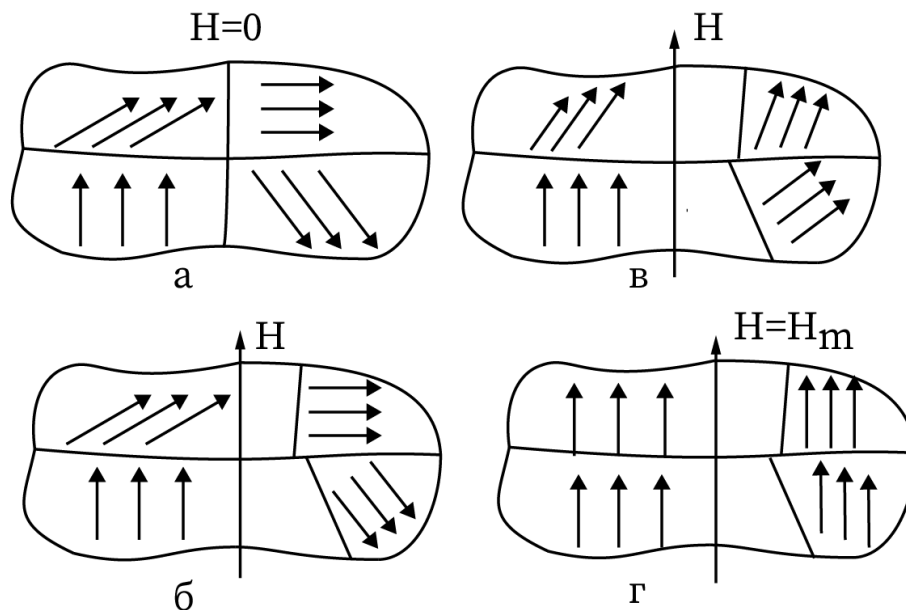


Рис.1.5 – Процес намагнічування феромагнетика: а) $H=0$; б) зміщення кордонів домена; в) процес повороту магнітних моментів доменів; г) насичення намагнічення при $H = H_m$

1.2. Однодоменні феромагнітні наночастинки

Однодоменні частинки – це частки магнетика (сегнетоелектрика) малих розмірів з однорідною намагніченістю по всьому об'єму частинки під час відсутності зовнішніх впливів. Найбільш широко відомі магнітні частинки використовуються в якості носіїв інформації. Однодоменна частинка є маленьким постійним природним магнітом, який практично неможливо розмагнітити [11]. Якщо розмір частинки перевищує розмір однодоменності, то в такій частинці може розвиватися не однорідне розподілення намагніченості, переважно, вихрового типу.

У зразках з розміром нижче певного критичного розміру існування доменів і доменних меж стає енергетично невигідним і досить малі феромагнітні зразки стають однодоменними. Оцінка критичного розміру однодоменної феромагнітної

частки за відсутності поля проводиться зазвичай на основі порівняння енергії частки в однодоменному стані і енергії частинки з одним доменним кордоном. Якщо частка має форму кулі з радіусом то її магнітна енергія, в однодоменному стані ця магнітна енергія дорівнює:

$$\frac{1}{2}NM_s^2 \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4\pi}{2} \frac{4\pi}{9} R^3 M_s^2$$

У двухдоменному стані (випадок одноосного кристалу з сильною анізотропією) магнітостатична енергія частинки зменшується приблизно вдвічі, але додається енергія кордону. Критичний розмір однодоменності $R_{кр}$ знаходиться з умови рівності енергій в одно- і двухдоменному станах частки:

$$\frac{1}{2} \frac{4\pi}{2} \frac{4\pi}{9} R_{кр}^3 M_s^2 + \pi R_{кр}^2 \gamma = \frac{4\pi}{2} \frac{4\pi}{9} R_{кр}^3 M_s^2$$

Що приводить до результату:

$$R_{кр} = \frac{9\gamma}{4\pi M_s^2}$$

1.3. Застосування магнітних наночастинок у біомедицині

Наночастинок – субмікрометричні фрагменти, виготовлені з органічних або неорганічних матеріалів та з унікальними характеристиками порівняно з їх аналогами [12]. Окрім їх власного нанорозмірного фізичного явища, вони часто проявляють оптичні, електричні, магнітні і хімічні властивості, які привертають велику увагу в біотехнологічній області, такі як магнітний резонанс, системи доставки ліків, гіпертермія, маркування і розділення клітин і білків [13]. Магнітні наночастинок являють собою клас наноматеріалів здатних провести революцію в області біомедицини завдяки своїм багатофункціональним властивостям, такими як малий розмір, велика робоча площа поверхності, низька швидкість осадження і

оптимізування тканинної дифузії, а також тому що, ними можна управляти при нанесенні магнітного поля. Такі магнітні наночастинки зроблені з використання різних складів і фаз, включаючи чистий метал, такі як: Fe, Co, Ti, і Ni, оксиди металу такі як: Fe_3O_4 і Fe_2O_3 . Ферити: $\text{BaFe}_{12}\text{O}_{19}$, $\text{SrFe}_{12}\text{O}_{19}$ і MFe_2O_4 і сплави металів: CoPt і FePt . Матеріали з високою магнітною чутливістю, такі як Co і Ni, токсичні і схильні до окислення, що перешкоджає їх використанню в більшості біомедицинських програм.

Широкого застосування магнітні наночастинки набули в лікуванні раку [14]. Один зі способів де використовуються магнітні наночастинки це гіпотермія [15]. Гіпотермічна терапія використовується для локального або системного підвищення температури в обмеженій області, як правило на ділянці з раковою пухлиною [16].

Магнітні наночастинки можуть бути або введені безпосередньо в ракову тканину через ін'єкцію, або локалізації в області пухлини в результаті маніпуляції з магнітним полем. Такий метод із застосуванням магнітних наночастинок забезпечує однорідне розповсюдження температури і глибокий прогрів ракових клітин в середині тканини, що призводить до загибелі ракових тканин. Феромагнітні матеріали складаються з багатоманітних доменів, які називаються доменами Вейса. Вони можуть виробляти тепло через втрату гістерезису під час циклу намагнічування.

Властивість супермагнетизму вигідніше перед феромагнетизмом для деяких біомедичних програм, оскільки супермагнітні наночастинки демонструють великий магнітний момент і працюють як гігантський парамагнетичний атом з швидким відгуком на зовнішнім магнітним полем з незначною коерцитивною силою і залишковою силою при кімнатній температурі [17]. Після зняття перемінного магнітного поля, супермагнітні наночастинки не проявляють намагніченості, що робить їх придатними для біомедичного застосування.

Ключовою проблемою терапії на основі гіпотермії є перевищення температури [18]. Оскільки бажана температура, допустима для здорової тканини для такої терапії, нижче $45\text{ }^\circ\text{C}$, підвищення температури за межі якої може негативно впливати на неракові тканини. Таким чином, пошук методів

регулювання температури та уникнення перегріву є надзвичайно важливим. Магнітні наночастинки негайно втрачають свої магнітні властивості, коли їх температура досягає температури Кюрі. Отже, намагніченість насичення стає нульовою при температурі Кюрі, і при застосуванні перемінного магнітного поля, тепло не виробляється [19]. Шляхом вибору відповідного хімічного складу та розміру наночастинок, можна управляти нагріванням та запобігати перегріванню навколишніх тканин.

Магнітні наночастинки можуть бути використані як системи нанобіопсії, для відбору зразків віддалених пухлин, які розташовані у критичних місцях; такі системи нанобіопсії можуть допомогти у розробці схем лікування для поліпшення терапевтичних результатів [20, 21]. Ще однією сферою, яка останнім часом привертає значну увагу, є імунотерапія раку. Поточні стратегії засновані на підшкірному введенні матеріалів, що несуть вакцину, або на вилученні клітин пацієнта з метою тренування клітин поза тілом та повторної ін'єкції тренуваних клітин. Однак обидві стратегії є складними і можуть призвести до ускладнень. Використання магнітних наночастинок для доставки вакцин та можливість їх вилучення у будь-який момент часу роблять їх привабливим інструментом для такого лікування.

Незважаючи на те, що деякі застосування магнітних наночастинок у терапії раку, такі як лікування гіпертермії, є суперечливим, магнітні наночастинки є потужним клінічним інструментом для зменшення болю у пацієнтів, збільшення тривалості їх життя та покращення терапії раку.

РОЗДІЛ 2. ПОВНА СИСТЕМА РІВНЯНЬ МАКСВЕЛЛА ТА ЛАНДАУ-ЛІФШИЦЯ-ГІЛЬБЕРТА ДЛЯ ПРОВІДНИХ НАНОЧАСТИНОК

2.1. Модель, основні рівняння та граничні умови

Розглянемо однодоменну феромагнітну частинку радіуса a , що характеризується електропровідністю σ та магнітною проникністю μ_1 . Будемо вважати, що частинка електрично нейтральна, знаходиться в діелектричній матриці, чия магнітна сприйнятливість дорівнює μ_2 , а її центр співпадає з центром декартової системи координат (див. Рис. 2.1).

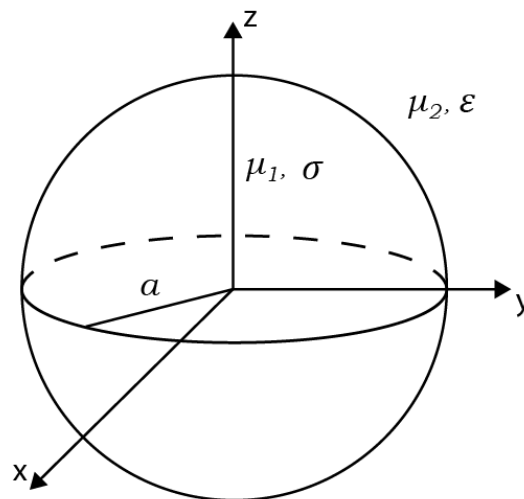


Рис. 2.1 – Модель сферичної однодоменної частинки радіусом a , провідністю σ та магнітною проникністю μ_1 . Частинка знаходиться в діелектричній матриці з магнітною проникністю μ_2 та діелектричною проникністю ϵ .

Оскільки вважається, що обмінна енергія між сусідніми спінами значно перевищує магнітну енергію W частинки, намагніченість частинки $\mathbf{M} = \mathbf{M}(t)$ змінюється з часом таким чином, що $|\mathbf{M}| = M = \text{const}$. У цьому випадку динаміка вектора намагніченості може бути описана рівнянням ЛЛГ [22]

$$\dot{\mathbf{M}} = -\gamma \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{eff}} + \frac{\alpha}{M} \mathbf{M} \times \dot{\mathbf{M}}, \quad (2.1)$$

де $\dot{\mathbf{M}} = d\mathbf{M}/dt$ – похідна за часом, \mathbf{H}_{eff} – сумарне ефективне магнітне поле, що діє на вектор намагніченості, $\gamma (> 0)$ – гіромагнітне відношення, $\alpha (> 0)$ – параметр загасання Гільберта, а значок \times позначає векторний добуток. Оскільки частинка є електропровідною, сумарне ефективне поле зручно представити у вигляді суми двох доданків: $\mathbf{H}_{\text{eff}} = \mathbf{H}_{\text{eff}} + \bar{\mathbf{H}}$, де $\mathbf{H}_{\text{eff}} = -(1/V) \partial W / \partial \mathbf{M}$ – ефективне магнітне поле при $\sigma = 0$, та $\bar{\mathbf{H}} = (1/V) \int_V \mathbf{H} d\mathbf{r}$ – усереднене (за об'ємом частинки $V = 4\pi a^3 / 3$) магнітне поле вихрових струмів. Зокрема, якщо частинка є однісною, тоді

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} = \frac{H_a}{M} (\mathbf{M} \cdot \mathbf{e}_a) \mathbf{e}_a + \mathbf{H}_1^{(0)}. \quad (2.2)$$

Тут H_a – напруженість поля магнітної анізотропії, \mathbf{e}_a – одиничний вектор, направлений вздовж осі анізотропії, точка між векторами позначає їх скалярний добуток, а $\mathbf{H}_1^{(0)}$ – магнітне поле всередині частинки. Розв'язуючи рівняння магнітостатики для заданої геометрії [23], неважко показати, що

$$\mathbf{H}_1^{(0)} = \kappa \mathbf{H}_0 - \frac{4\pi\kappa}{3\mu_2} \mathbf{M}, \quad (2.3)$$

де

$$\kappa = \frac{3\mu_2}{\mu_1 + 2\mu_2}. \quad (2.4)$$

Перший доданок в правій частині виразу (2.3) – це однорідне магнітне поле, що індукується зовнішнім магнітним полем $\mathbf{H}_0 = \mathbf{H}_0(t)$, а другий доданок являє собою поле розмагнічування, що визивається вектором намагніченості.

Важливою особливістю рівняння ЛЛГ (2.1) є його незамкненість. Це зумовлено тим, що магнітне поле $\mathbf{H} = \mathbf{H}(\mathbf{r}, t)$ вихрових струмів залежить від намагніченості \mathbf{M} . Тому у випадку, коли частинка є електропровідною, рівняння ЛЛГ повинно бути доповнено рівняннями Максвелла. В квазістатичному

наближенні ці рівняння (в системі СГС) можуть бути записані у наступному вигляді:

$$\nabla \times \mathbf{E}_l = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B}_l, \quad \nabla \cdot \mathbf{E}_l = 0, \quad (2.5)$$

$$\nabla \times \mathbf{H}_l = -\frac{4\pi\sigma_l}{c} \mathbf{E}_l, \quad \nabla \cdot \mathbf{H}_l = 0. \quad (2.6)$$

Тут $\mathbf{E}_l = \mathbf{E}_l(\mathbf{r}, t)$ – індуковане електричне поле, індекси $l = 1$ та $l = 2$ позначають відповідні величини всередині ($r = |\mathbf{r}| < a$) та ззовні ($r > a$) частинки, $\sigma_l = \sigma \delta_{1l}$, δ_{1l} – дельта Кронекера, c – швидкість світла у вакуумі, $\nabla \times$ – ротор, $\nabla \cdot$ – дивергенція, $\mathbf{B}_l = \mathbf{B}_l(\mathbf{r}, t)$ – магнітна індукція. Згідно з [23] в магнітостатичному наближенні виконуються умови $\mathbf{B}_1 = \mu_1 \mathbf{H}_1^{(0)} + 4\pi \mathbf{M}$ і $\mathbf{B}_2 = \mu_2 \mathbf{H}_2^{(0)}$, де

$$\mathbf{H}_2^{(0)} = \mathbf{H}_0 - \frac{\mathbf{m}^{(0)}}{r^3} + \frac{3(\mathbf{m}^{(0)} \cdot \mathbf{r})\mathbf{r}}{r^5} \quad (2.7)$$

– це магнітне поле навколо частинки, а

$$\mathbf{m}^{(0)} = \frac{\alpha^3 \kappa}{3\mu_2} [(\mu_1 - \mu_2)\mathbf{H}_0 + 4\pi \mathbf{M}] \quad (2.8)$$

– магнітний момент частинки, індукований зовнішнім магнітним полем та намагніченістю. Відзначимо також, що тангенціальні і нормальні компоненти векторів \mathbf{E}_l та \mathbf{H}_l (позначені індексами τ та n відповідно) повинні задовольняти наступним граничним умовам:

$$\mathbf{E}_{1\tau} = \mathbf{E}_{2\tau}, \quad \mathbf{E}_{2n} = 0, \quad (2.9)$$

$$\mathbf{H}_{1\tau} = \mathbf{H}_{2\tau}, \quad \mu_1 \mathbf{H}_{1n} = \mu_2 \mathbf{H}_{2n}. \quad (2.10)$$

2.2. Розв'язок рівнянь Максвелла для індукційного електричного поля

Згідно з (2.3) магнітна індукція \mathbf{B}_1 в магнітостатичному наближенні може бути записана у вигляді

$$\mathbf{B}_1 = \kappa \left(\mu_1 \mathbf{H}_0 + \frac{8\pi}{3} \mathbf{M} \right). \quad (2.11)$$

Так як \mathbf{V}_1 не залежить від \mathbf{r} , електричне поле \mathbf{E}_1 можна представити у вигляді $\mathbf{E}_1 = \mathbf{a}(t) \times \mathbf{r}$. Використавши перше рівняння в (2.5), отримуємо

$$\mathbf{E}_1 = -\frac{\kappa}{2c} \left(\mu_1 \dot{\mathbf{H}}_0 + \frac{8\pi}{3} \dot{\mathbf{M}} \right) \times \mathbf{r}. \quad (2.12)$$

Саме це електричне поле породжує вихрові струми густиною $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}_1$ всередині частинки.

Аналогічно, використавши рівняння (2.7) і (2.8), для магнітної індукції навколо частинки знаходимо наступний вираз:

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_2 = \mu_2 \mathbf{H}_0 - \frac{(\mu_1 - \mu_2) \kappa V}{4\pi r^5} \left[r^2 \mathbf{H}_0 - 3(\mathbf{H}_0 \cdot \mathbf{r}) \mathbf{r} \right] - \\ - \frac{\kappa V}{r^5} \left[r^2 \mathbf{M} - 3(\mathbf{M} \cdot \mathbf{r}) \mathbf{r} \right]. \end{aligned} \quad (2.13)$$

У відповідності з цією формулою індуковане електричне поле можна шукати у вигляді

$$\mathbf{E}_2 = \left[u(r) \dot{\mathbf{H}}_0 + v(r) \dot{\mathbf{M}} \right] \times \mathbf{r}, \quad (2.14)$$

де функції $u(r)$ і $v(r)$ підлягають визначенню. Приймаючи до уваги, що

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E}_2 = \left[ru'(r) + 2u(r) \right] \dot{\mathbf{H}}_0 - \frac{u'(r)}{r} (\dot{\mathbf{H}}_0 \cdot \mathbf{r}) \mathbf{r} + \\ + \left[rv'(r) + 2v(r) \right] \dot{\mathbf{M}} - \frac{v'(r)}{r} (\dot{\mathbf{M}} \cdot \mathbf{r}) \mathbf{r} \end{aligned} \quad (2.15)$$

і $\nabla \times \mathbf{E}_2 = -(1/c) \mathbf{B}_2$, за допомогою (2.13) знаходимо рівняння для $u(r)$

$$\begin{aligned} ru'(r) + 2u(r) = -\frac{\mu_2}{c} + \frac{(\mu_1 - \mu_2) \kappa V}{4\pi c r^3}, \\ u'(r) = \frac{3(\mu_1 - \mu_2) \kappa V}{4\pi c r^4} \end{aligned} \quad (2.16)$$

і для $u(r)$

$$rv'(r) + 2v(r) = \frac{\kappa V}{c r^3}, \quad v'(r) = \frac{3\kappa V}{c r^4} \quad (2.17)$$

(штрих позначає похідну за r). Підставивши в (2.14) функції

$$u(r) = -\frac{\mu_2}{2c} - \frac{(\mu_1 - \mu_2)\kappa V}{4\pi c r^3}, \quad v(r) = -\frac{\kappa V}{c r^3}, \quad (2.18)$$

які є розв'язками рівнянь (2.16) – (2.18), знаходимо індуковане електричне поле навколо частинки

$$\mathbf{E}_2 = -\frac{\kappa}{2c} \left[\left(\frac{\mu_2}{\kappa} + \frac{(\mu_1 - \mu_2)V}{2\pi r^3} \right) \dot{\mathbf{H}}_0 + \frac{2V}{r^3} \dot{\mathbf{M}} \right] \times \mathbf{r}. \quad (2.19)$$

Зазначимо також, що згідно з (2.12) і (2.19) граничні умови (2.9) виконуються автоматично.

2.3. Розв'язок рівнянь Максвелла для магнітного поля індукційних струмів

Згідно з рівняннями (2.6) і (2.12) магнітне поле вихрових струмів можна шукати у вигляді

$$\mathbf{H}_l = f_l(r) \dot{\mathbf{H}}_0 + g_l(r) (\dot{\mathbf{H}}_0 \cdot \mathbf{r}) \mathbf{r} + p_l(r) \dot{\mathbf{M}} + q_l(r) (\dot{\mathbf{M}} \cdot \mathbf{r}) \mathbf{r}, \quad (2.20)$$

де функції $f_l(r)$, $g_l(r)$, $p_l(r)$, $q_l(r)$ підлягають визначенню. Оскільки в цьому випадку

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{H}_l = & - \left[f_l'(r) / r - g_l(r) \right] \dot{\mathbf{H}}_0 \times \mathbf{r} - \\ & - \left[p_l'(r) / r - q_l(r) \right] \dot{\mathbf{M}} \times \mathbf{r}, \end{aligned} \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{H}_l = & \left[f_l'(r) / r + r g_l'(r) + 4 g_l(r) \right] \dot{\mathbf{H}}_0 \cdot \mathbf{r} + \\ & + \left[p_l'(r) / r + r q_l'(r) + 4 q_l(r) \right] \dot{\mathbf{M}} \cdot \mathbf{r}, \end{aligned} \quad (2.22)$$

з першого рівняння в (2.6) знаходимо

$$\begin{aligned} f_l'(r) - r g_l(r) &= \frac{2\pi\sigma\kappa\mu_1}{c^2} r \delta_{ll}, \\ p_l'(r) - r q_l(r) &= \frac{16\pi^2\sigma\kappa}{3c^2} r \delta_{ll}, \end{aligned} \quad (2.23)$$

а з другого

$$f_l'(r) + r^2 g_l'(r) + 4 r g_l(r) = 0,$$

$$p_l'(r) + r^2 q_l'(r) + 4r q_l(r) = 0. \quad (2.24)$$

Приймаючи до уваги, що виконується умова $|\mathbf{H}_1| < \infty$, з рівнянь (2.23) та (2.24) при $l = 1$ отримуємо

$$\begin{aligned} f_1(r) &= \varphi - 2r^2 g_1(r), & g_1(r) &= -\frac{3\tau_\sigma}{2\kappa a^2}, \\ p_1(r) &= \psi - 2r^2 q_1(r), & q_1(r) &= -\frac{4\pi\tau_\sigma}{\kappa\mu_1 a^2}, \end{aligned} \quad (2.25)$$

де φ і ψ – константи інтегрування і

$$\tau_\sigma = \frac{4\pi\sigma\kappa^2 a^2 \mu_1}{15c^2} \quad (2.26)$$

– характерний масштаб часу. Аналогічно, використовуючи умову $|\mathbf{H}_2| \rightarrow 0$ при $r \rightarrow \infty$, рівняння (2.23) та (2.24) при $l = 2$ дають

$$\begin{aligned} f_2(r) &= -\frac{\nu}{3r^3}, & g_2(r) &= -\frac{\nu}{r^5}, \\ p_2(r) &= -\frac{\varepsilon}{3r^3}, & q_2(r) &= \frac{\varepsilon}{r^5}. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Константи інтегрування $\varphi, \psi, \nu, \varepsilon$ можна знайти з граничних умов (2.10).

Дійсно, враховуючи очевидні співвідношення $\mathbf{H}_{1,2\tau} = \mathbf{e}_n \times (\mathbf{H}_{1,2} \times \mathbf{e}_n)|_{r=a}$ і

$H_{1,2n} = \mathbf{H}_{1,2} \cdot \mathbf{e}_n|_{r=a}$ ($\mathbf{e}_n = \mathbf{r}/r$), ці граничні умови можна привести до виду

$$\begin{aligned} \varphi + \frac{\nu}{3a^2} &= -\frac{3\tau_\sigma}{\kappa}, & \psi + \frac{\varepsilon}{3a^3} &= -\frac{4\pi\tau_\sigma}{\kappa\mu_1}, \\ \varphi - \frac{2\mu_2\nu}{3\mu_1 a^3} &= -\frac{3\tau_\sigma}{2\kappa}, & \psi - \frac{2\mu_2\varepsilon}{3\mu_1 a^3} &= -\frac{4\pi\tau_\sigma}{\kappa\mu_1}. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Звідси знаходимо

$$\begin{aligned} \varphi &= -\left(1 + \frac{3}{2\kappa}\right)\tau_\sigma, & \nu &= -\frac{3\mu_1}{2\mu_2}a^3\tau_\sigma, \\ \psi &= -\frac{8\pi}{3\mu_1}\left(1 + \frac{3}{2\kappa}\right)\tau_\sigma, & \varepsilon &= -\frac{4\pi}{\mu_2}a^3\tau_\sigma. \end{aligned} \quad (2.29)$$

Таким чином, використовуючи отримані результати, знаходимо магнітне поле вихрових струмів як всередині частинки

$$\mathbf{H}_1 = \frac{\mu_2}{\kappa\mu_1} \left[\left(3 + 2\kappa - 6 \frac{r^2}{a^2} \right) \frac{\mathbf{m}}{a^3} + \frac{3}{a^5} (\mathbf{m} \cdot \mathbf{r}) \mathbf{r} \right], \quad (2.30)$$

так і навколо неї

$$\mathbf{H}_2 = -\frac{\mathbf{m}}{r^3} + \frac{3}{r^5} (\mathbf{m} \cdot \mathbf{r}) \mathbf{r}, \quad (2.31)$$

де

$$\mathbf{m} = -\frac{\alpha^3 \tau_\sigma}{2\mu_2} \left(\mu_1 \dot{\mathbf{H}}_0 + \frac{8\pi}{3} \dot{\mathbf{M}} \right) \quad (2.32)$$

– магнітний момент частинки, породжений вихровими струмами. На Рис. 2.2 (який адаптовано з роботи [2]) показано силові лінії індукційного електричного поля і силові лінії магнітного поля вихрових струмів.

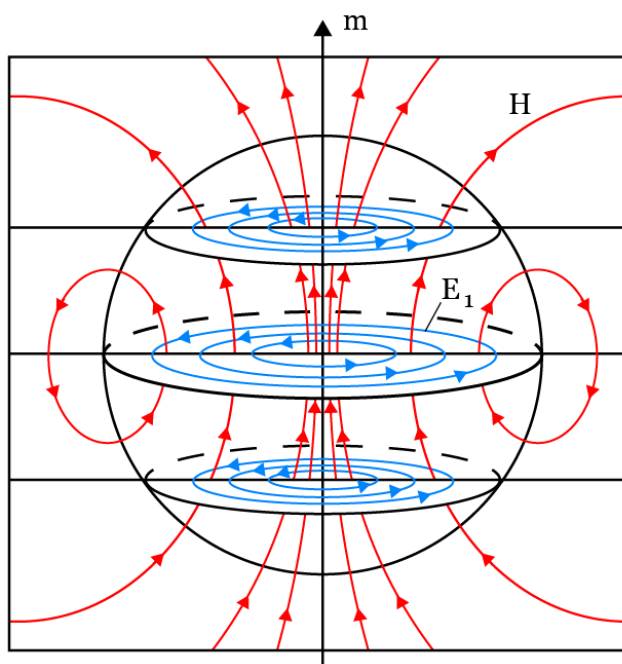


Рис. 2.2 – Силові лінії електричного та магнітного полів при $\mu_1 = \mu_2 = 1$.

Оскільки у відповідності з (2.11) і (2.32) $\mathbf{E}_1 = \left(\kappa\mu_2 / c\alpha^3 \tau_\sigma \right) \mathbf{m} \times \mathbf{r}$, силові лінії індукційного електричного поля є круговими і лежать в площинах, перпендикулярних до вектора \mathbf{m} . Силові лінії магнітного поля вихрових струмів \mathbf{H} , які показано лише у площині рисунка, визначаються формулами (2.30) і (2.31).

РОЗДІЛ 3. ЕФЕКТИВНЕ РІВНЯННЯ ЛАНДАУ-ЛІФШИЦЯ-ГІЛЬБЕРТА

3.1. Рівняння динаміки намагніченості

Тепер, використовуючи вираз (2.30) для магнітного поля вихрових струмів, можна розрахувати його усереднене значення, $\bar{\mathbf{H}} = (1/V) \int_V \mathbf{H}_1 d\mathbf{r}$, що входить в сумарне ефективне поле \mathbf{H}_{eff} . Приймаючи до уваги, що виконуються співвідношення

$$\frac{1}{V} \int_V r^2 d\mathbf{r} = \frac{3a^2}{5}, \quad \frac{1}{V} \int_V (\mathbf{m} \cdot \mathbf{r}) \mathbf{r} d\mathbf{r} = \frac{a^2}{5} \mathbf{m}, \quad (3.1)$$

отримуємо $\bar{\mathbf{H}} = (2\mu_2 / \mu_1 a^3) \mathbf{m}$ і, враховуючи (2.32),

$$\mathbf{H}_{\text{eff}} = \mathbf{H}_{\text{eff}} - \tau_\sigma \dot{\mathbf{H}}_0 - \frac{8\pi\tau_\sigma}{3\mu_1} \dot{\mathbf{M}}. \quad (3.2)$$

Підставивши (3.2) в рівняння (2.1), знаходимо ефективне рівняння ЛЛГ [2, 20]

$$\dot{\mathbf{M}} = \gamma \mathbf{M} \times (\mathbf{H}_{\text{eff}} - \tau_\sigma \dot{\mathbf{H}}_0) + \frac{\alpha + \alpha_\sigma}{M} \mathbf{M} \times \dot{\mathbf{M}}, \quad (3.3)$$

де

$$\alpha_\sigma = \frac{8\pi\gamma M \tau_\sigma}{3\mu_1}. \quad (3.4)$$

3.2. Аналіз вкладу вихрових струмів

Таким чином, динаміка намагніченості в провідних феромагнітних наночастинках може бути описана замкненим рівнянням ЛЛГ (3.3). В цьому рівнянні ефекти, що обумовлені провідністю частинки, описуються двома доданками. Перший, $-\tau_\sigma \dot{\mathbf{H}}_0$, може розглядатися як додаткове зовнішнє магнітне поле, а другий, α_σ , – як додатковий параметр загасання. Обидва ці доданки виникають внаслідок протікання вихрових струмів всередині частинки. Зазначимо також, що перший доданок, яким у більшості випадків можна знехтувати, обумовлений вихровими струмами, викликаними зміною зовнішнього магнітного

поля, а другий доданок обумовлений вихровими струмами, викликаними зміною напрямку вектора намагнічування частинки. Важливо підкреслити, що всі ці результати отримані при виконанні умов квазістаціонарності електромагнітного поля та наближення статичної провідності, які виконуються при $\omega \ll 10^{13} \text{с}^{-1}$. Отже можна констатувати, що ефективне рівняння ЛЛГ (3.3) виконується в широкому частотному інтервалі, який включає навіть частоту феромагнітного резонансу.

ВИСНОВКИ

В даній роботі проаналізована теоретична модель для опису динаміки намагніченості в однодомених наночастинках металевих феромагнетиків за допомогою ефективного рівняння Ландау-Ліфшиця-Гільберта (ЛЛГ). Модель базується на використанні зв'язаної системи рівнянь Максвелла для електромагнітних полів, що індукуються в наночастинці зовнішнім змінним магнітним полем і обертальним рухом вектора намагніченості, та рівняння ЛЛГ для намагніченості, в якому ефективно магнітне поле включає усереднене за об'ємом частинки магнітне поле вихрових струмів.

Шляхом розв'язання рівнянь Максвелла у квазістаціонарному наближенні було знайдено магнітне поле вихрових струмів, що індукуються в наночастинках сферичної форми, та проведено його усереднення. Виявилось, що результат усереднення має дві компоненти, однією з яких практично завжди можна знехтувати. Друга ж компонента приводить до ефективного рівняння ЛЛГ, в якому вплив вихрових струмів, що породжуються обертальним рухом вектора намагніченості, враховується додатковим параметром загасання Гільберта. Встановлено, що цей параметр може бути досить великим (порядку 10^{-2}) і, як наслідок, вихрові струми в провідних наночастинках можуть суттєво впливати на динаміку намагніченості в них.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Martinez E., Lopez-Diaz L., Torres L. Nonphenomenological damping constant due to eddy current losses in uniformly magnetized samples // J. Appl. Phys. – 2006. – Vol. 99. – 123912. <https://doi.org/10.1063/1.2206881>
2. Denisov S. I., Lyutyu T. V., Pedchenko B. O., Babych H. V. Eddy current effects in the magnetization dynamics of ferromagnetic metal nanoparticles // J. Appl. Phys. – 2014. Vol. 116. – P. 043911. <https://doi.org/10.1063/1.4891455>
3. Савельев И. В. Курс общей физики, т.2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. Учебное пособие – 1982, –С. 183-189.
4. M.A. Shamsutdinov, V.N. Nazarov, I.U. Lomakina, A.T. Kharisov, D.M. Shamsutdinov. Ferro-and antiferromagnitodinamika. Nonlinear Oscillations, waves and solitons. Moscow, Nayka (2009)
5. Aharoni A. The reversible susceptibility tensor of the Stoner-Wohlfarth model / A. Aharoni, E. H. Frei, S. Shtrikman, D. Treves // Bulletin of the research council of Israel. – 1957. – Vol. 6A, № 3-4. – P. 215-238.
6. Wang D. Exchange-coupled nanoscale SmCo/NdFeB hybrid magnets / D. Wang, N. Poudyal, C. Rong, Y. Zhang, M. J. Kramer, J. P. Liu // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2012. – Vol. 324. – P. 2836-2839.
7. Binder K. A Monte-Carlo method for the calculation of the magnetization of the classical Heisenberg model / K. Binder // Physics Letters. – 1969. – Vol. 30A, № 5. – P. 273-274.
8. Антоняк О. Т. Загальна фізика : основи електрики і магнетизму. Львів : Львів. нац. ун-т ім. І.Франка, 2009. 240 с.
9. Liu J. P. Fabrication of bulk nanostructured permanent magnets with high energy density: challenges and approaches / M. Yue, X. Zhang, J. P. Liu // Nanoscale. – 2017. – Vol. 9. – P. 3674-3697.
10. Callen E. Initial magnetization, remanence, and coercivity of the random anisotropy amorphous ferromagnet / E. Callen, Y. J. Liu, J. R. Cullen // Physical Review B. – 1977. – Vol. 16, № 1. – P. 263-270.

11. García-Otero J. Henkel plots of single-domain ferromagnetic particles / J. García-Otero, iM. Porto, J. Rivas // *Journal of Applied Physics*. – 2000. – Vol. 87, № 10. – P. 7376-7381.

12. Chantrell R. W. Calculations of the susceptibility of interacting superparamagnetic particles / R.W. Chantrell, N. Walmsley, J. Gore, M. Maylin // *Physical Review B*. – 2000. – Vol. 63. – P. 024410

13. *Advances in Magnetic Nanoparticles for Biomedical Applications* / V. F. Cardoso et al. *Advanced Healthcare Materials*. 2017. Vol. 7, no. 5. P. 1700845. URL: <https://doi.org/10.1002/adhm.201700845>

14. Vallabani N. V. S., Singh S., Karakoti A. S. *Magnetic Nanoparticles: Current Trends and Future Aspects in Diagnostics and Nanomedicine*. *Current Drug Metabolism*. 2019. Vol. 20, no. 6. P. 457–472.

15. Figueroa A. I. *Magnetic Nanoparticles*. Cham : Springer International Publishing, 2015. URL: <https://doi.org/10.1007/978-3-319-07094-0> (date of access: 24.05.2021).

16. Dutz S., Hergt R. *Magnetic particle hyperthermia—a promising tumour therapy?*. *Nanotechnology*. 2014. Vol. 25, no. 45. P. 452001. URL: <https://doi.org/10.1088/0957-4484/25/45/452001>

17. Gilbert T. L. *A phenomenological theory of damping in ferromagnetic materials* // *IEEE Trans. Magn.* – 2004. Vol. 40. – P. 3443–3449. <https://doi.org/10.1109/TMAG.2004.836740>

18. *Efficacy and safety of intratumoral thermotherapy using magnetic iron-oxide nanoparticles combined with external beam radiotherapy on patients with recurrent glioblastoma multiforme* / K. Maier-Hauff et al. *Journal of Neuro-Oncology*. 2010. Vol. 103, no. 2. P. 317–324. URL: <https://doi.org/10.1007/s11060-010-0389-0> (date of access: 24.05.2021).

19. Hedayatnasab Z., Abnisa F., Daud W. M. A. W. *Review on magnetic nanoparticles for magnetic nanofluid hyperthermia application*. *Materials & Design*. 2017. Vol. 123. P. 174–196. URL: <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2017.03.036> (date of access: 24.05.2021).

20. Magnetic Nanoparticles in Cancer Therapy and Diagnosis / A. Farzin et al. *Advanced Healthcare Materials*. 2020. Vol. 9, no. 9. P. 1901058.
21. Effectiveness of nanoencapsulated methotrexate against osteosarcoma cells: in vitro cytotoxicity under dynamic conditions / O. Mitxelena-Iribarren et al. *Biomedical Microdevices*. 2017. Vol. 19, no. 2. URL: <https://doi.org/10.1007/s10544-017-0177-0> (date of access: 24.05.2021).
22. Batygin V. V., Toptygin I. N. *Problems in Electrodynamics*, 2nd ed. (Academic Press, London, 1978), Problems 5.51 and 5.53.
23. Denisov S. I., Lyutyy T. V., Babych H. V., Pedchenko B. O. Contribution of the magnetic field of eddy currents to the Gilbert damping parameter // *J. Nano- and Electron. Phys.* –2014. Vol. 6, No 2. – 02011 (5pp).