Міністерство освіти і науки України
Сумський державний університет
Шосткинський інститут Сумського державного університету
Фармацевтична компанія «Фармак»
Управління освіти Шосткинської міської ради
Виконавчий комітет Шосткинської міської ради

ОСВІТА, НАУКА ТА ВИРОБНИЦТВО: РОЗВИТОК І ПЕРСПЕКТИВИ

МАТЕРІАЛИ

ІІ Всеукраїнської науково-методичної конференції,

(Шостка, 20 квітня 2017 року)

Суми
Сумський державний університет
2017

УДК 51-8

ТЕОРІЯ ІГОР. ІГРИ ДВОХ ОСІБ

М.О. Кубах, С.Г. Кочубей, Т.В. Кузьменко
Шосткинська спеціалізована школа І-ІІІ ступенів № 1
вул. Чернігівська, 10, м. Шостка, 41100
sh1admin70@ukr.net

У даній роботі проаналізовано основні методи розв'язування задач на ігри двох осіб. Дослідження проведено на прикладах завдань, що вже зустрічалися на різних математичних конкурсах, турнірах. Ці завдання розглянуті у додатках А, Б, В, Г, утворюють збірник, який буде дуже корисним для підготовки до олімпіад, конкурсів, турнірів, як учням, так і вчителям.

Процес розв'язування математичних ігрових задач не завжди можна алгоритмізувати, що робить їх ще більш цікавими. Ігрові задачі представляють собою цікавий об'єкт для математичних досліджень.

Поділ математичних задач на прості та складні є доволі умовним. Є задачі, у яких і зміст зрозумілий, і розв'язання не вимагає особливих знань, але вони виявляються складними, бо не відомо, як їх розв'язувати. Різноманіття олімпіадних задач, наведених у роботі, об'єднує те, що основою їх розв'язань є переважно не знання певних теорем чи формул, а лише міркування.

Математичні ігри відрізняються від звичайних тим, що в них завчасно можна визначити результат гри. В подібних задачах зазвичай одне і те саме запитання: хто і як переможе при найкращий стратегії обох сторін. Для доведення перемоги або нічиї використовуються наступні ідеї:

1) Відповідність. Наявність вдалого відповідного ходу (може забезпечуватися симетрією, розбиттям на пари, доповненням числа).

2) Розв'язання з кінця. Послідовно визначаються позиції перемоги та поразки для починаючого. Наступна позиція є переможною, якщо з неї можна отримати завчасно визначену позицію поразки і є поразкою, якщо будь-який хід з неї веде до завчасно визначеної позиції перемоги.

3) Передача ходу. Якщо ми можемо скористуватися стратегією супротивника, то наші справи не гірші, ніж у нього. Наприклад, перемога (або нічия) забезпечується, коли можна за своїм бажанням потрапити в деяку позицію, або примусити супротивника потрапити до неї.

В деяких задачах стратегію гри не вказують, оскільки результат гри не залежить від гри супротивників.

Розглядаючи задачу: «Два гравці записують по черзі числа 1 і –1 в одиничні клітинки таблиці розміром 1987×1987. Після того, як всі клітинки заповнені, для кожного рядка, стовпця і двох діагоналей таблиці підраховується добуток чисел, які там записані. Довести, що гравець, який робить перший хід, може грати так, щоб серед цих добутків було рівно 1990 додатних.» [14, с.72], виникло питання: чи має подібний розв'язок задача для таблиці 2015×2015?

Так була складена своя практична задача.

Задача. Два гравці записують по черзі числа 1 та -1 в одиничні клітинки таблиці розміром 2015×2015. Після того, як всі клітинки заповнені, для кожного рядка, стовпця та двох діагоналей таблиці підраховується добуток чисел, які там записані. Довести, що гравець, який робить перший хід, може грати так, щоб серед цих добутків було рівно 2018 додатних.

Наступне питання на яке ми досліджували: чи існує закономірність для складання таких таблиць n×n? Чи можливо скласти формулу, яка б описувала цю закономірність?

Було зроблено висновок, що таблиць з парною кількосттю стовпців та рядків для такого типу задач не існує, тому що не буде існувати центральної клітинки – центру симетрії таблиці.

Для таблиць з непарною кількісттю стовбців та рядків виявилось, що існує дві закономірності, які підчиняються деякому правилу (формулі).

Розглянемо закономірність для таблиць 3×3, 7×7, 11×11, …, 1987×1987, …, 2015×2015. Складемо загальну задачу.

Загальна задача. Два гравці записують по черзі числа (1) і (-1) в одиничні клітинки розміром (3+4n)×(3+4n). Після того, як всі клітинки заповнені, для кожного рядка, стовпця і двох діагоналей таблиці підраховується добуток чисел, які там записані. Довести, що гравець, який робить перший хід, може грати так, щоб серед цих добутків було рівно (6+4n) додатних.

Друга закономірність для таблиць 5×5, 9×9, 13×13, …, 2017×2017. Складемо загальну задачу.

Загальна задача. Два гравці записують по черзі число (+1) та (-1) в одиничні клітинки таблиці розміром (5+4n)×(5+4n), n=0,1,2,3,4…..m. Після того, як всі клітинки заповнені для кожного рядка, стовпця та двох діагоналей таблиці, підраховується добуток чисел, які там записані. Довести, що гравець, який робить перший свій хід, може грати так, щоб серед цих добутків було рівно (4+4n) додатніх.

До нестандартних задач, як правило, відносять ті, для яких у шкільному курсі математики немає загальних підходів й алгоритмів їх розв'язування. Пошук розв'язування таких нестандартних задач потребує кмітливості й винахідливості це й обумовлює здебільшого їх складність.

Провівши дослідження, ми можемо зробити висновки, що правилами гри в теорії ігор називається система умов, яка включає:

1. Можливі варіанти дій сторін.
2. Об'єм інформації кожної сторони про поведінку іншої.
3. Послідовність чергування ходів, тобто окремих рішень, які приймаються в ході гри.
4. Результат гри, до якого приводить дана сукупність ходів.

Рішення, які приймаються за допомогою теорії ігор, корисні при складанні планів в умовах можливих протидій конкурентів або невизначеності у зовнішньому середовищі. Найширше теорію ігор застосовують в економіці.

Список використаних джерел:

1. Ізюмченко Л.В., Макарчук О.П. Розв'язування задач з математики третього етапу Всеукраїнського конкурсу-захисту науково-дослідницьких робіт учнів-членів Малої академії наук України: Методичний посібник [Текст] / Л.В. Ізюмченко, О.П. Макарчук. – Кіровоград, РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2008. – 124 с.

2. Коваль Т.В. 400 задач з математичних олімпіад [Текст] / Т.В. Коваль. – Тернопіль : Мандрівець, 2001. – 80 с.

3. Конет І.М., Радченко В.М., Теплінський Ю.В. Обласні олімпіади з математики [Текст] / І.М. Конет, В.М. Радченко, Ю.В. Теплінський. – Кам'янець-Подільський, 2010. – 387 с.

4. Федак І.В. Готуємося до олімпіади з математики [Текст] / І.В. Федак. – Кам. Подільський : «Абетка», 2006. – 420 с.