

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України  
Сумський державний університет

# **Сучасні технології в промисловому виробництві**

Матеріали  
II Всеукраїнської міжвузівської  
науково-технічної конференції  
(Суми, 17 – 20 квітня 2012 року)

ЧАСТИНА 1

*Конференція присвячена  
6-му Всеукраїнському фестивалю науки  
і Дню науки в Україні*

Суми  
Сумський державний університет  
2012

УДК 001.891  
С 91

Редакційна колегія:

відповідальний редактор – кандидат технічних наук, доцент  
О.Г. Гусак;

заступник відповідального редактора – кандидат технічних наук,  
доцент В.Г. Євтухов

Члени редакційної колегії:

кандидат технічних наук, доцент С.М. Ванєєв; кандидат техніч-  
них наук, професор А.О. Євтушенко; доктор технічних наук,  
професор В.О. Залого; кандидат технічних наук, професор І.Б. Ка-  
рінцев; кандидат хімічних наук, доцент С.Ю. Лебедев; доктор  
технічних наук, професор В.А. Марцинковський; кандидат тех-  
нічних наук С.В. Марченко; доктор технічних наук, професор  
Л.Д. Пляцук; доктор технічних наук, професор В.І. Склабінсь-  
кий; кандидат фізико-математичних наук, доцент В.О. Ячменьов

**Сучасні** технології в промисловому виробництві:  
С 91 матеріали II Всеукраїнської міжвузівської науково-  
технічної конференції: у трьох частинах (м. Суми,  
17–20 квітня 2012 р.)/редкол.: О.Г. Гусак, В.Г. Євтухов. –  
Суми: СумДУ, 2012. – Ч. 1. - 184 с.

**УДК 001.891**

До збірника увійшли тези та матеріали доповідей, в яких наведені ре-  
зультати наукових досліджень студентів, аспірантів та молодих вчених Укра-  
їни. Збірник може бути корисним викладачам, аспірантам і студентам ВНЗ, а  
також інженерам галузей загального та хімічного машинобудування.

© Сумський держав-  
ний університет, 2012

## ИНТЕРПОЛЯЦИОННАЯ ЗАДАЧА В КЛАССЕ ЦЕЛЫХ ФУНКЦИЙ НУЛЕВОГО ПОРЯДКА

*Малютин Т.И., доцент, УАБД, г. Сумы;*  
*Боженко О.А., аспирант, СумГУ, г. Сумы*

Пусть  $\rho(r)$  – уточненный порядок в смысле Валирона,  $\lim_{r \rightarrow \infty} \rho(r) = \rho \geq 0$ . Обозначим через  $[\rho(r), \infty)$  класс целых функций типа не выше чем нормальный при  $\rho(r)$ , т.е. таких, что для функции  $f$  из этого класса существует константа  $K_f > 0$  такая, что

$$\ln|f(z)| \leq K_f V(|z|), \quad z \in \mathbb{C}, \quad (1)$$

где  $V(r) = r^{\rho(r)}$ ,  $r \in [\rho(r), \infty)$ ,  $\lim_{r \rightarrow +0} V(r) \equiv 1$

Мы будем рассматривать задачу простой интерполяции в классе  $[\rho(r), \infty)$  при  $\rho = 0$ :

$$F(a_n) = b_n, \quad n \in \mathbb{N}, \quad (2)$$

когда все узлы  $a_n$  различные и имеют одну предельную точку – бесконечность. Неравенство (1) накладывает естественное ограничение на множество  $\{b_n\}$ :

$$\sup_{n \in \mathbb{N}} \frac{\ln^+ |b_n|}{r(a_n)} < \infty \quad (3)$$

В настоящей работе мы приводим два критерия разрешимости задачи (2): в терминах канонического произведения и в терминах меры – определяемой узлами интерполяции.

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ 1.** Множество  $A = \{a_n\}$  называется интерполяционным в классе  $[\rho(r), \infty)$ , если для любой последовательности чисел  $\{b_n\}$  удовлетворяющей условию (3), существует функция  $F \in [\rho(r), \infty)_+$  со свойством (2).

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ 2.** Функция

$$E(z) = \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{z}{a_n}\right)$$

называется каноническим произведением множества  $A$ .

По заданному множеству  $A$  введём меру  $n_A$  равенством:

$$n_A(G) = \sum_{a_n \in G} 1$$

Через  $C(a, r)$  будем обозначать открытый круг с центром в точке  $a$  радиуса  $r$ ,

$$C(r) \equiv C(0, r), \quad n_a \equiv n_a(C(r))$$

Обозначим через

$$\Phi_{A,z}(\alpha) = \frac{(n_A(C(z, \alpha|z)) - 1)^+}{V(|z|)}$$

Теперь мы в состоянии сформулировать теорему.

**ТЕОРЕМА 1.** Пусть  $A = \{a_n\}$  – счётное множество различных точек комплексной плоскости с единственной точкой сгущения на бесконечности,  $\rho(r)$  – уточнённый порядок такой, что  $\lim_{r \rightarrow \infty} \rho(r) = 0$  и функция  $V(r)$  либо а) логарифмически выпуклая на оси  $[0, \infty)$ , либо б) выполняется условие:

$$\sup_{r>0} \frac{1}{\exp V(r)} \max_{1 \leq t \leq r} \left(\frac{r}{t}\right)^{V(t)} < \infty \quad (4)$$

Тогда следующие три утверждения эквивалентны:

1) множество  $A$  является интерполяционным в пространстве  $[\rho(r), \infty)$ ;

2) каноническое произведение  $E(z)$  множества  $A$  удовлетворяет условию:

$$\sup_{n \in \mathbb{N}} \frac{1}{V(|a_n|)} \ln \frac{1}{E^*(|a_n|)} < \infty; \quad (5)$$

3) выполняется соотношение:

$$\sup \int_0^{1/2} \frac{\Phi_{A,z}(\alpha)}{\alpha} d\alpha < \infty, \quad (6)$$

Заметим, что теорема верна и при  $\rho > 0$ . В этом случае эквивалентность условий 1) и 2) получена А.Ф. Леонтьевым [1], случай кратной интерполяции рассмотрен А.В. Братищевым и Ю.Ф. Коробейником [2], критерий 3) получен К.Г. Малютиным [4].

#### Список литературы

1. Леонтьев А.Ф. К вопросу об интерполяции в классе целых функций конечного порядка // Матем. сб. - 1957. (83). - С. 81-96.
2. Братищев А.В., Коробейник Ю.Ф.. Кратная интерполяционная задача в пространстве целых функций заданного уточненного порядка // Изв. АН СССР. Сер. мат. - 1976. 40(5). - С. 1102-1127.
3. Гришин А.Ф., Руссаковский А.М. Свободная интерполяция целыми функциями // Теория функций, функцион. анализ и их прил. - 1985. 44. - С. 32-42.
4. Малютин К.Г. Интерполяция голоморфными функциями: дис. канд. физ.-мат. наук. - Харьков, - 1980. - 104с.
5. Малютин К.Г., Герасименко В.А. Свободная интерполяция целыми функциями конечного гамма-типа // Математичні Студії. - 2007. 28(1). - С. 45-50.