ОПТИМИЗАЦИЯ НАГРУЖЕНИЯ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ АРКИ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМ ШАРНИРОМ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПРИСОЕДИНЁННОЙ МАССЫ ПОСТОЯННОГО ВЕСА

THE LOAD OPTIMIZATION OF THE STATICALLY INDETERMINATE ARCH WITH INTERMEDIATE HINGE UNDER CONSTANT ADDITIONAL MASS LOAD

Жигилий Д.А., ассистент, Курилов В. В. студент, СумГУ, Сумы
Zhigiliy D.A., assistant, Kurilov V.V., student, SumSU, Sumy

Жёстко защемлённая обоими концами арка в виде полуокружности радиуса R постоянной изгибной жёсткости EI_x находится под действием груза постоянного веса Q. На вершине полуокружности расположен промежуточный шарнир. Такая система моделирует начальный этап разрушения арки, когда вследствие образования трещины перестаёт передаваться изгибающий момент. Груз равномерно распределён $\left(q=\dfrac{Q}{(\pi-2\alpha)R}\right)$ по поверхности дуги $\pi-2\alpha$ арки. Рассмотрим силовую схему, предполагая, что элементы весовой нагрузки не взаимодействуют между собой, т.е. лента веса Q не имеет жёсткостей ни изгибной $EI_x\big|_{груза}\to 0$, ни на растяжение и сжатие $EA\big|_{груза}\to 0$, а лишь с поверхностью арки без проскальзывания. Следовательно, подобную нагрузку следует моделировать присоединённой к нейтральной линии балки массой. В работе определён угол α, при котором в сечениях балки возникают наименьшие максимальные изгибные нормальные напряжения.

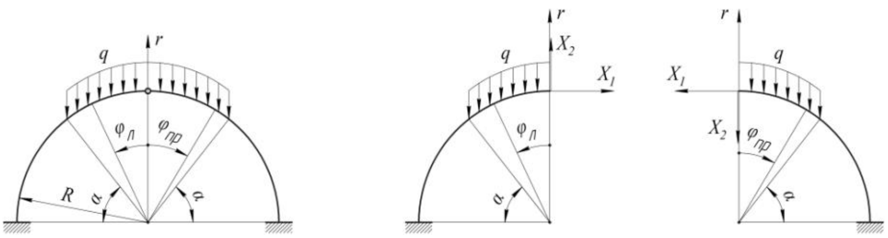

Рисунок 1 - Расчётные схемы арки: а) заданная; б) эквивалентная

Внесение промежуточного шарнира понижает степень статической неопределимости балки до 2. «Лишние» реакции 2 раза статически неопределимой упругой системы найдены методом сил из системы канонических уравнений:

$$\begin{cases}\Delta_{1P}+\delta_{11}X_1+\delta_{12}X_2=0;\\ \Delta_{2P}+\delta_{21}X_1+\delta_{22}X_2=0.\end{cases}$$

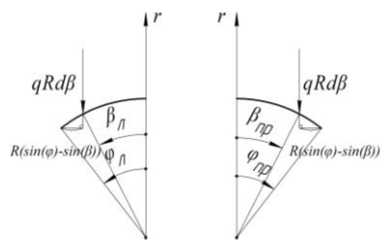

Рисунок 2 - Построение грузовой эпюры.

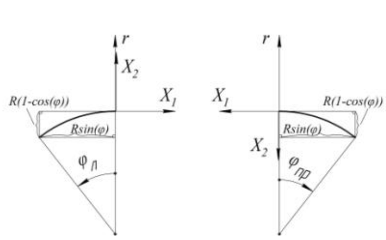

Рисунок 3 - Построение единичных эпюр

Воспользовавшись симметрией левых и правых частей записаны выражения грузовой и единичной эпюры

$$M_P(\alpha,\varphi)=\begin{cases}\int\limits_0^{\varphi} qR^2\left(\sin(\beta)-\sin(\varphi)\right)d\beta \; при \; 0\le\varphi\le\dfrac{\pi}{2}-\alpha\\ \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}-\alpha} qR^2\left(\sin(\beta)-\sin(\varphi)\right)d\beta \; при \; \dfrac{\pi}{2}-\alpha\le\varphi\le\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$$ $\overline{M}_1(\varphi)=-1\cdot R(1-\cos(\varphi))$, а также косой симметрией $\overline{M}_2{}^{л}(\varphi)=1\cdot R\sin(\varphi)$, $\overline{M}_2{}^{пр}(\varphi)=-1\cdot R\sin(\varphi)$ найдены коэффициенты канонических уравнений метода сил с помощью интегралов Мора $\Delta_{ij}=\int\limits_l \frac{M_j\cdot\overline{M}_i}{EI_x}dl$ $i=1,2$; $j=1,2,P$, взятых по всей длине дуги арки. По формулам Крамера решена система линейных уравнений и найдена суммарная эпюра $M_{sum}=M_P+X_1\overline{M}_1+X_2\overline{M}_2$. Произведена минимизация функции $f(\alpha)=\left|M_{sum}\right|_{\max}$ методом перебора.