

## **ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇ ІГОР ПРИ ПОБУДОВІ МОДЕЛІ ФІНАНСОВОГО КОНТРОЛЮ**

## **APPLICATION OF THE THEORY OF GAMES AT CONSTRUCTION OF MODEL THE FINANCIAL CONTROL**

*У статті обґрунтовується можливість застосування математичного апарату теорії ігор для моделювання процесу фінансового контролю на підприємствах, розроблено алгоритм визначення часу, необхідного для проведення контролю.*

*This article considers possibility of application of the mathematical methods of the theory of games is proved at financial control modelling at the enterprises. The algorithm of time's definition which is necessary for monitoring procedure is developed.*

**Постановка проблеми.** Контроль є невід'ємною ланкою управління, постійно діючою його функцією щодо виявлення, попередження і усунення порушень та недоліків у фінансово-господарській діяльності з метою збереження майна на підприємстві. Це особливий вид діяльності, який має цільову спрямованість, визначений зміст та способи його здійснення [9].

Одним з видів контролю є фінансовий контроль. З позиції держави, фінансовий контроль – це діяльність органів державної влади і управління по нагляду за діяльністю суб'єктів підприємництва в частині дотримання ними встановлених державою обмежуючих параметрів (стандартів, норм, правил) стосовно мобілізації, розподілу та використання фінансових ресурсів [7, с. 30]. З позиції суб'єктів господарювання, фінансовий контроль – це система, яка складається з сукупності взаємопов'язаних ланок (середовище контролю, центри відповідальності, інформаційні технології, процедури контролю, система обліку), елементів входу (інформаційне забезпечення контролю) і елементів виходу (інформація про об'єкт управління, отримана в результаті контролю) [2, с. 26].

Призначення фінансового контролю на підприємствах полягає не тільки у виявленні порушень, помилок, зловживань та інших протизаконних дій, але і в сприянні ефективному використанню фінансових ресурсів, розробці подальших стратегічних дій підприємства, оптимального шляху фінансових та матеріальних потоків.

Здійснення контролю потребує розробки певної стратегії перевірки для того, щоб уникнути повторних перевірок, мінімізувати витрати часу на їх здійснення і максимізувати якість. Для вироблення стратегії виникає необхідність в формалізації законодавства, згідно з яким здійснюється перевірка.

При створенні моделі контролю для конкретного підприємства необхідно враховувати галузь, в якій воно функціонує, вид і специфіку діяльності, масштаб підприємства. Процес здійснення контролю має риси, характерні для ігрових ситуацій. Наявність аналогії між процесом здійснення контролю і процесом пошуку стаціонарного об'єкта в умовах неповної інформації дозволяє, використовуючи метод проведення аналогій, дослідити можливості використання

теорії ігор та її апарату для моделювання і вибору стратегії контролю, а також організації технології його здійснення [5].

**Аналіз останніх публікацій.** Проблемами фінансового контролю займалися і займаються багато вітчизняних і зарубіжних дослідників в галузі фінансів: М.Т. Білуха, Є.В. Калюга, В.В. Бурцев, Д. Ірвін та інші. У кожного з авторів можна зустріти різні визначення фінансового контролю. С.О. Шохін і Л.І. Вороніна визначають його як самостійну функцію управління [9, с. 7] і як сукупність дій з перевірки фінансових питань діяльності суб'єктів господарювання та інших пов'язаних з ними питань, а також дій щодо управління із застосуванням певних форм та методів його організації [9, с. 15]. Д. Ірвін розглядає фінансовий контроль як частину єдиної системи управління [3, с.17], Р.Б. Сокольська – як елемент фінансового менеджменту, що включає всі функції менеджменту за предметною областю фінансів [6, с. 4]. Інші автори виділяють тільки державний фінансовий контроль. Тобто немає єдиного підходу до визначення фінансового контролю підприємств. Дуже мало дослідників розглядають контроль як систему. В основному його вважають або функцією, або підсистемою, або процесом. Тому розгляд фінансового контролю підприємства як єдиної системи і формування загальної моделі контролю – це досить важливе і актуальне питання.

Багато дослідників використовують елементи математики для пояснення економічних процесів, побудови моделей, тому що математичний опис процесу є найбільш зручним засобом пояснення суті багатьох подій. Теорія ігор є одним з математичних інструментів. Її застосування при дослідженні економіки стає більш поширеним. Так її використовують при моделюванні економічних систем, в мікроекономіці, менеджменті, фінансах. На доцільність використання теорії ігор в економіці вказується в книзі Л.П. Крайзера “Кибернетика” [5, с. 60]. Тому для побудови моделі фінансового контролю ми використаємо цей інструмент, а саме теорію ігор з неповною інформацією, розглянуту Айзексом [1].

**Невирішені раніше частини проблеми.** Проблемам розробки єдиної моделі фінансового контролю на підприємстві присвячено дуже мало досліджень. Описи комплексної системи фінансового контролю як сукупності взаємопов'язаних елементів в літературі відсутні. Це пояснюється відсутністю системи контролю на малих підприємствах і відсутністю її організації на високому рівні на середніх і малих підприємствах. Тому дуже важко уявити систему контролю на підприємстві у вигляді єдиної моделі, яка б враховувала всі особливості об'єктів перевірки, а також складно підібрати апарат для реалізації такої моделі.

До того ж, відсутність узагальненого алгоритму проведення контрольних дій при проведенні фінансового контролю стримує розвиток і застосування інформаційних технологій в цій сфері.

**Цілі статті.** Дослідити типові ігрові ситуації, стратегію ігор і математичний апарат та виявити можливості застосування теорії ігор для моделювання процесу фінансового контролю, вибору стратегії контролю та розробки засобів його здійснення.

**Викладення основного матеріалу.** Сутність фінансового контролю на підприємстві полягає в проведенні перевірок діяльності підприємства за

визначений проміжок часу, виявленні відхилень від норм діючого законодавства, облікової політики підприємства, установчих документів та інших нормативно-правових актів, виявленні різного роду помилок, зловживань, у визначенні рекомендацій підприємству щодо уникнення в майбутньому негативних ситуацій.

Суб'єктом контролю є контролер, або аудитор, або ревізор, або бухгалтер, який наділений повноваженнями перевіряючого. Що повинен робити перевіряючий (контролер) в процесі перевірки? Відшукати помилки, нестандартні господарські операції, зловживання, відхилення. Така картина має аналогію з ситуаціями, що розглядаються в теорії ігор. Тому ми вважаємо, що при здійсненні контролю можна застосувати елементи теорії ігор. Ситуацію з пошуком помилки можна дослідити за допомогою теорії ігор з неповною інформацією. Чому саме ця теорія розглядається при вирішенні даного питання?

На практиці людина, що здійснює перевірку, не в змозі отримати від підприємства інформацію в повному обсязі і тим більше перевірити її за короткий проміжок часу. Тому дані для перевірки, як правило, беруться вибірково. Помилки, що шукає контролер, носять різний характер, тому перевіряючий не знає напевне, яку саме помилку він шукає. В міру здійснення перевірки контролер отримує більше інформації про підприємство, стан його справ, господарські операції. Тому теорія ігор з неповною інформацією якраз підходить до вирішення питань здійснення контролю.

В теорії ігор використовуються такі поняття, як “гравець”, “противник”, “об’єкт пошуку”, “район (зона) пошуку”. При застосуванні теорії для побудови моделі фінансового контролю ці терміни означають: гравець – це людина, яка навмисно чи ненавмисно допустила помилку, зловживання або протиправну дію; противником є контролер, аудитор, ревізор, що здійснює перевірку, який протистоятиме діям гравця; об’єктом пошуку є помилка, яка допущена навмисно або ненавмисно; район пошуку – це фактичні дані підприємства, що перевіряється (фінансова, статистична, податкова звітність, первинні документи, статутні документи, тобто вся інформація, що складає інформаційний простір для перевірки).

Перевірка здійснюється протягом певного періоду часу, як і пошук об’єкта в теорії ігор. Час, витрачений на пошук помилки, буде платнею для контролера. Для контролера дуже важливо за менший час якісно перевірити якнайбільше інформації. Чим менше часу піде на перевірку, тим більше буде платня за пошук об’єкта.

Пошук помилки здійснюється в певному інформаційному просторі, який необхідно розбити на зони пошуку. Визначення зон проводиться випадково. Помилка може попасти в якусь із зон. При перевірці однієї із зон необхідно виключити її з подальшого пошуку, оскільки помилка нерухома (статична) і випадково попадає в якусь із зон. Якщо помилку не знайдено, то припускається, що помилка в іншій зоні. Якщо помилку знайдено, то пошук ні в якому разі не треба припиняти, оскільки помилки можуть бути в інших зонах.

Помилки можуть бути пов’язані одна з одною. Наприклад, якщо помилка виникла на стадії синтетичного або аналітичного обліку, то в подальшому ця помилка буде при складанні оборотної відомості, головної книги, звітності. Тому

при знаходженні помилки слід враховувати, що це за помилка, який характер вона має.

В теорії ігор застосовується поняття стратегії, тобто суб'єкт пошуку має визначений напрямок дії пошуку об'єкта, пошуковий образ, за яким здійснюється пошук. Хоча в деяких варіантах гри суб'єкт пошуку не завжди має стратегію. В нашому випадку контролер повинен мати стратегію перевірки, оскільки він передбачає можливість знаходження помилки.

Для забезпечення стратегії пошуку доцільно розробити перелік помилок, що виникають в процесі перевірки. Якщо перевірка зовнішня, то в аудитора декілька об'єктів перевірки, декілька інформаційних полів пошуку. Тому аудитору пропонується розробити стандартний набір помилок на основі статистичних даних про помилки, що були виявлені в результаті перевірки на всіх об'єктах. Внутрішньому контролеру потреби в статистиці інших підприємств немає, але йому доцільно розробити такий перелік на своєму підприємстві, щоб у подальшому здійснювати пошук помилок, користуючись зібраними даними. Дані повинні враховувати, в якій зоні пошуку була знайдена помилка, які фактори вплинули на появу помилки (внутрішні, зовнішні), яку періодичність має помилка тощо.

Пропонується також розробити шаблон правильних господарських операцій, які можна здійснювати відповідно до діючого законодавства, або ситуацій, які виникають при використанні фінансових ресурсів. Здійснюючи перевірку, контролер порівнюватиме фактичні операції з стандартними. Ті, що не відповідають стандарту, необхідно ретельно перевірити, оскільки вірогідніше всього вони будуть джерелами помилки.

При проведенні контролю можлива перевірка одним контролером або групою контролерів. Якщо перевірка здійснюється однією особою, то у даному випадку буде застосований найпростіший варіант теорії ігор. Якщо перевірку проводять декілька контролерів, то гра прийме складніший характер.

У найпростішому випадку з одним контролером гравець  $E$  навмисно або ненавмисно робить помилку десь в районі  $R$ , який може бути частиною простору будь-якого числа вимірювань (наприклад, частиною сукупності господарських операцій, первинних документів). Його супротивник – контролер  $P$  прагне знайти цю помилку за мінімальний час.  $E$  прагне максимізувати час пошуку, який і буде платнею.

$P$  має фіксовану швидкість руху і повну свободу у виборі напрямку. Оточимо  $R$  фіксованою областю нагляду, наприклад, колом діаметром  $d$ , тобто зробимо вибірку з усієї сукупності господарських операцій. Застосування цієї теорії на практиці з використанням при цьому комп'ютерної техніки дасть змогу контролерам не робити вибірку, а здійснювати загальну перевірку. Тоді колом будуть, наприклад, не вибіркові операції, а вся сукупність господарських операцій, які здійснювалися на підприємстві протягом певного часу.

Помилка вважається знайденою, якщо вона виявиться усередині кола. Тоді в міру пошуку з  $R$  вирізаються смуги діаметром  $d$ . Шлях  $P$  по  $R$ , при якому весь район  $R$  виявляється оглянутим без накладень, в теорії ігор називається “туром”.

Довжина туру фіксована, і оскільки  $P$  рухається з певною швидкістю, то і необхідний для туру (перевірки) час теж фіксований. Час позначимо через  $T$ . Фактично повний пошук в  $R$ , з урахуванням неминучих накладень і втрат, потребує не набагато більший час, чим можна знехтувати.

У цій простій грі пошуку  $E$  – особа, що навмисно або ненавмисно робить помилку, має лише один хід: вона розміщує помилку десь в  $R$ . Після цього контролер  $P$  намагається знайти її по можливості швидше, починаючи з точки, яку він довільно вибирає або вибирає з урахуванням тих знань, які він має про об'єкт контролю (наприклад, з групи господарських операцій по руху грошових коштів, оскільки найчастіше саме тут робляться зловживання або помилки).

Ціна гри пошуку з одним контролером дорівнює  $T/2$ . Єдина оптимальна змішана стратегія для  $E$  полягає в тому, щоб розташувати помилку в  $R$  з рівномірним розподілом вірогідності (у випадку, коли  $E$  навмисне робить помилку). Оптимальна стратегія для контролера  $P$  полягає в тому, щоб пройти або деякий тур, або зворотний до нього (той же тур, але з протилежним напрямом руху), кожний з вірогідністю  $1/2$ .

Шлях, пройдений у деякому турі, можна уявити у вигляді витягнутої прямої лінії. У нашому випадку такий варіант зони пошуку буде найбільш прийнятний. Наприклад, якщо проводиться перевірка господарських операцій підприємства, то їх можна подати у вигляді загального матеріально-фінансового потоку – прямої лінії. Тоді з допустимо малою помилкою кожне місце, яке ховаючий  $E$  може вибрати в  $R$ , можна ототожнити з тією точкою туру (прямої лінії), перебуваючи в якій  $P$  знаходить цей об'єкт.

1. Розглянемо ситуацію, коли  $E$  використовує стратегію з рівномірним розподілом вірогідності. Виникає два варіанти розвитку подій: контролер при пошуку використовує визначений тур або обирає будь-яку схему пошуку, що не є туром. У другому випадку контролер діятиме навмання, якщо він перший раз проводить перевірку і не знає добре ситуацію на підприємстві. При цьому він довільно обиратиме початок пошуку. В першому випадку контролер буде використовувати попередні знання.

Якщо контролер  $P$  шукає, використовуючи деякий тур, то об'єкт матиме рівномірну вірогідність розподілу уздовж прямої. Оскільки контролер  $P$  проходить цю пряму з постійною швидкістю, то математичне очікування часу виявлення помилки дорівнює половині загального часу і складає  $T/2$ . Якщо  $P$  вибирає будь-яку схему пошуку, що не є туром, то ясно, що неефективність таких дій приведе до того, що математичне очікування часу буде не менше  $T/2$ .

2. Якщо контролер  $P$  використовує стратегію – або пройти деякий тур, або пройти той же тур, але з протилежним напрямом руху, кожний з вірогідністю  $1/2$ . Чиста стратегія  $E$  еквівалентна вибору точки на розпрямленому турі. Якщо  $U$  є часом її відшукування при проходженні туру в одному напрямі, то  $(T-U)$  є час, відповідний зворотному напрямку. Платня тоді складає  $(1/2)[U+(T-U)] = T/2$ .

У найпростішому випадку гри платня складатиме  $T/2$ .

Розглянемо більш складний варіант гри. Якщо контролер  $P$  управляє групою в  $s$  контролерів (ідентичних шукачів), то треба розділити зону пошуку  $R$  на  $s$  районів з рівною площею і послати в кожний район по одному шукачу.

Оптимальна гра для  $P$  буде, якщо кожний із шукачів діє оптимально у своєму районі. Ціна гри пошуку з  $s$  шукачами є  $T/2s$ , якщо є тільки одна помилка.

Якщо збільшити число захованих об'єктів, а платнею вважати час виявлення їх всіх, то складність задачі різко зростає. Відшукування оптимальних стратегій уявляється тут досить важкою справою; вони можуть залежати від багатьох додаткових факторів, що ускладнює знаходження стратегії. Це головна ціль – знайти оптимальну стратегію перевірки (пошуку) і за якомога менший час якісно перевірити якомога більшу кількість інформації (зону пошуку).

Якщо число  $h$  захованих об'єктів (помилки) достатньо велике, то стратегія пошуку майже не змінюється. Тобто контролер  $P$  кожному з своїх  $s$ -шукачів призначає тур по  $(1/s)$ -й частині площі району  $R$ . Навіть якщо він оголосить повний опис цієї стратегії і  $E$  застосує свої знання для того, щоб використовувати місця, куди шукачі заглянуть в останню чергу, то і тоді платня не дуже перевищить ціну гри.

Отже, ціна гри буде такою:

$$\frac{h}{h+1} \cdot \frac{T}{s} \leq V \leq \frac{T}{s}, \quad (1)$$

де  $V$  є ціна гри.

Ця нерівність показує, що при досить великому числі  $h$ , наприклад 10,  $V$  не дуже відрізняється від тривалості сумісного туру  $T/s$ . Отже, будь-який такий тур дає  $P$  платню, майже рівну ціні.

Якщо розглядати дискретну модель, в якій район  $R$  поцяткований крапками і сусідні крапки сполучені відрізками, то гра буде такою:  $E$  розташовує  $h$  об'єктів в деяких різних точках;  $P$  у свою чергу починає пошук з будь-яких  $s$  точок і за кожний хід переміщає кожного з своїх шукачів в одну з сусідніх (зв'язаних відрізком) точок. Об'єкт вважається знайденим, якщо шукач зайняв його крапку. Платнею є число ходів, після яких всі об'єкти (помилки) виявляються знайденими.

Для зручності зробимо припущення, що число точок  $N$  ділиться на  $s$ .

Нехай  $v$  – платня гри при наступних стратегіях:  $E$  використовує рівновірогідну стратегію, тобто розподіляє об'єкти випадково, так що вибір будь-якої підмножини з  $h$  точок рівномірний (цей варіант гри можна застосовувати, якщо помилки були зроблені ненавмисно);  $P$  використовує будь-який сумісний тур, при якому жоден шукач не потрапляє у вже пройдену точку.

$$v > \frac{h}{h+1} \cdot \frac{N}{s}, \quad (2)$$

Якщо всі помилки знайдені за  $k$  ходів, то  $P$  вивчив  $ks$  точок (операцій, документів). Тоді  $h$  помилки повинні були бути заховані в цих точках і, принаймні, одна була в точці, зайнятої при останньому ході. Число способів розміщення  $h$  об'єктів по  $ks$  точках дорівнює  $\binom{ks}{h}$ . Відкинемо ті випадки, число

яких дорівнює  $\binom{(k-1)s}{h}$ , коли всі об'єкти знаходяться в  $(k-1)s$  некінцевих точках.

Різниця, розділена на  $\binom{N}{h}$  – загальна кількість можливих розміщень об'єктів –

дорівнює вірогідності того, що плата дорівнює  $k$ . Оскільки  $v$  є математичне очікування плати, маємо

$$v = \sum_{k=0}^M k \frac{\left[ \binom{ks}{h} - \binom{(k-1)s}{h} \right]}{\binom{N}{h}},$$

де  $M = N/s$ .

Перетворюючи («сумуючи по частинах»), отримуємо

$$v = \frac{M \binom{Ms}{h} - \sigma}{\binom{N}{h}},$$

де

$$\sigma = \sum_{j=0}^{M-1} \binom{js}{h}.$$

Далі, оскільки  $Ms = N$ , маємо

$$v = \frac{N}{s} - \frac{\sigma}{\binom{N}{h}}.$$

Щоб оцінити  $\sigma$ , використовуємо співвідношення

$$\sum_{i=0}^n \binom{i}{h} = \binom{n+1}{h+1}.$$

Далі:

$$s \binom{sj}{h} \leq \binom{sj}{h} + \binom{sj+1}{h} + \dots + \binom{s(j+1)-1}{h},$$

що очевидно, якщо праву частину розглядати як суму  $s$  рівних членів. Якщо підсумувати по  $j$  і помітити, що «чисельники» справа пробігають безліч цілих чисел від 0 до  $sM - i = N - 1$ , то одержимо

$$s\sigma \leq \sum_{i=0}^{N-1} \binom{i}{h} = \binom{N}{h+1}.$$

І, нарешті,

$$v \geq \frac{N}{s} - \frac{\frac{1}{s} \binom{N}{h+1}}{\binom{N}{h}} = \frac{1}{s} \left[ N - \frac{N-h}{h+1} \right] = \frac{h}{h+1} \frac{N+1}{s} > \frac{h}{h+1} \frac{N}{s}.$$

Ціна  $V$  для дискретного варіанта з  $N$  точками гри пошуку з  $h$  помилками і  $s$  шукачами задовольняє нерівність

$$\frac{h}{h+1} \cdot \frac{N}{s} < V \leq \frac{N}{s} \quad (3)$$

Оскільки  $N/s$  є число ходів в сумісному турі, за яке всі заховані об'єкти завжди будуть знайдені, права частина нерівності очевидна.

Хай  $E$  використовує рівновірогідну стратегію. З огляду на нерівність (2) будь-який тур  $P$  веде до платні, більшої ніж  $(h/h+1) \cdot (N/s)$ . Цю нерівність застосовано для всіх стратегій  $P$ , оскільки будь-яка стратегія з накладенням може бути замінена кращою стратегією без накладення. А оскільки  $E$  є гравцем, що максимізував, і має в своєму розпорядженні стратегію, при якій платня, яка задовольняє цю нерівність, гарантована, то ціна гри задовольняє цю нерівність.

**Висновки.** На основі виявленої аналогії контрольного процесу і процесу пошуку стаціонарного об'єкта в умовах з неповною інформацією визначена можливість застосування математичного апарату теорії ігор при побудові моделі контролю. В результаті розроблено алгоритм визначення часу пошуку об'єкта в певному інформаційному просторі, який буде платою для контролера. Мінімум часу для контролера і максимум для суб'єкта, що ховає, визначено, як ціну гри.

Виявлено, що оптимальним для контролера пошуком буде такий, який здійснюється з використанням певної і чіткої стратегії. При виробленні стратегії необхідно приділити увагу розробці еталона пошукового образу. Для цього запропоновано створити шаблон правильних операцій, згідно з діючим законодавством, та шаблон типових помилок (правильний та неправильний пошуковий образ).

Визначена необхідність формалізації законодавства, збору статистичних даних про помилки під час здійснення процесу контролю потребує застосування комп'ютерних технологій і спеціального програмного забезпечення.

**Напрямки подальшого розвитку.** У майбутньому планується спрямувати розвиток моделі на уточнення принципів розподілу зони пошуку на сектори з урахуванням особливостей інформаційного простору; розробку переліку факторів, які впливатимуть на пошук, зміну стану інформаційного простору; на вироблення стратегії таким чином, щоб ходи пошуку здійснювалися цілеспрямовано.

Для реалізації моделі буде розроблена програма порівняння пошукових образів з відповідною інформацією із зони пошуку для виявлення нестандартних операцій із сукупності, що залишилася, виявлення стандартних операцій.

У подальших наукових дослідженнях акцент слід зосередити саме на вивченні цих проблем.

### Список літератури

1. Айзекс Р. Дифференциальные игры / Под ред. М.И. Зеликина. Перевод с англ. Аркина В.И., Симаковой Э.Н. – Москва. – Изд-во «Мир», 1967. – 480 с.
2. Бурцев В. Характеристика системы внутреннего (финансового) контроля коммерческой организации // Финансовый бизнес. – 2000. – № 8. – с. 24-27.
3. Ирвин Д. Финансовый контроль: Пер. с англ. / Под ред. И.И. Елисейевой. – М.: Финансы и статистика, 1998. – 256 с.
4. Калюга Є.В. Фінансово-господарський контроль у системі управління: Монографія. – К.: Ельга, Ніка-Центр, 2002. – 360 с.



5. *Крайзмер Л.П.* Кібернетика. – Москва: Агропромизат, 1985. – 255 с.
6. *Сокольська Р.Б.* Моделювання та розробка комплексної системи фінансового контролю на промисловому підприємстві. – Дніпропетровськ, 2000. – 21 с.
7. *Стефанюк І.Б.* Теоретичні засади побудови нової системи державного фінансового контролю підприємницької діяльності // Фінансовий контроль – 2003. – №1. – с. 29-33.
8. *Шикин Е.В., Чхартишвили А.Г.* Математические методы и модели в управлении: Учеб. пособие. – М.: Дело, 2000. – 440 с.
9. *Шохин С.О., Воронина Л.И.* Бюджетно-финансовый контроль и аудит. Теория и практика применения в России: Научно-методическое пособие. – М.: Финансы и статистика, 1997. – 240 с.

Яровенко Г. М. Застосування теорії ігор при побудові моделі фінансового контролю / Г. М. Яровенко // Актуальні проблеми економіки. - 2004. - № 11. - С. 156-163.