## МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

На правах рукопису

Заскока Антон Миколайович

УДК 539.62:621.891

## ФАЗОВІ ПЕРЕХОДИ В УЛЬТРАТОНКИХ ТВЕРДОПОДІБНИХ ПЛІВКАХ МАСТИЛА ПРИ МЕЖОВОМУ ТЕРТІ

01.04.07 – фізика твердого тіла

## **ДИСЕРТАЦІЯ**

на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук

Науковий керівник

**Ляшенко Яків Олександрович** кандидат фізико-математичних наук, доцент

Суми – 2015

## **3MICT**

BCT	УП					
PO3	ЦЛ 1	ТРИБОЛОГІЧНІ	ВЛАСТИВОСТІ	МЕЖОВОГО	ТЕРТЯ	
(ЛITI	ЕРАТУІ	РНИЙ ОГЛЯД)				
1.1. N	Лежовий	й режим тертя				
1.2. Експериментальне дослідження межового режиму						
1.3. Теоретичні методи дослідження						
1.3.1	. Комп'н	отерне моделювання	I			
1.3.2	. Аналіт	ичні моделі				
Висн	овки до	розділу 1				
PO3	<b>Ц</b> Л 2 Т	ГЕРМОДИНАМІЧН	А МОДЕЛЬ ПЛАВ.	ЛЕННЯ УЛЬТРА	ТОНКОЇ	
ПЛІЕ	ВКИ МА	СТИЛА				
2.1.	Опис т	рибологічної систем	и			
2.2.	Фазови	ий перехід другого р	оду			
2.2.1	. Сила те	ертя				
2.2.2	Кінети	ка плавлення та перер	ивчастий режим			
2.2.3	. Аналіз	впливу зміни керую	чих параметрів			
2.3.	Фазови	ий перехід першого р	ооду			
2.3.1	. Перери	ивчастий режим при	підвищенні температ	гури та швидкості	і зсуву 56	
2.4.	Трибол	огічна система при пе	ріодичному зовнішны	ому впливі		
Висн	овки до	розділу 2				
PO3J	ЦЛ 3 BI	РАХУВАННЯ ТЕМІ	ПЕРАТУРНОЇ ЗАЛЕ	жності в'язко	ЭСТІ ВІД	
TEM	ПЕРАТ	УРИ ТА ГРАДІЄНТ.	А ШВИДКОСТІ			
3.1	Темпер	ратурна залежність в	з'язкості і сила тертя.			
3.2.	Ковзан	ня після довготрива	лої зупинки зовнішні	ього приводу		
3.3.	Вплив	довжини молекул на	а характер режиму те	ртя		
Висн	Висновки до розділу 3					
PO3J	цл 4 к	ІНЕТИКА ТА ЕФЕ	КТИ ПАМ'ЯТІ ПР	и несиметри	ЧНОМУ	
ПОТЕНЦІАЛІ						
4.1.	Вільна	а енергія і тип фазов	ого переходу			

4.2.	Сила тертя	100	
4.3.	Кінетика плавлення та переривчастий режим	103	
4.4.	Вплив квазістатичної сили тертя	105	
Висн	овки до розділу 4	109	
ВИСНОВКИ110			
ПРИМ	МІТКИ	112	
СПИ	СОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	113	

#### ВСТУП

Актуальність теми. Коли молекули рідини затиснуті у сильно обмеженому просторі, їхні динамічні властивості повністю відрізняються від властивостей об'ємних мастил [1–7]. Наприклад, молекули рідини затиснуті між двома атомарно-гладкими твердими поверхнями можуть утворювати квазідискретні шари, чиї властивості залежать від кількості шарів, і такі ультратонкі мастила часто поводять себе більше як тверде тіло або рідкий кристал, ніж звичайна рідина: протистоять повному здавлюванню і зсувним напруженням. Сили взаємодії між поверхнями стають дуже складними, коли вони наближаються на відстань ближче 5-10 молекулярних діаметрів. У такому режимі класична теорія не здатна описати взаємодію між поверхнями і частинками рідини, такий режим отримав назву межового [1]. У межовому режимі часто спостерігається переривчастий (stick-slip) рух поверхонь, що зсуваються. Він проявляє себе у багатьох випадках у повсякденному житті: скрип дверей, автомобільних гальмів, скреготіння зубів, землетруси, звук, що створюється ковзанням смичка по струнам скрипки. В усіх цих випадках просте прикладення сталої сили або швидкості зсуву приводить до широкого спектру stick-slip рухів або звуку [8].

Стрімкий розвиток електроніки та мініатюризація деталей ставить перед інженерами проблему забезпечення стійкої роботи розроблюваних механізмів. Часто деталі, що труться, настільки малі, що мастило між ними або відсутнє взагалі, або являє собою ультратонкий шар, властивості якого суттєво відрізняються від властивостей об'ємних мастил [1, 9, 10]. У таких механізмах можлива реалізація переривчастого stick-slip руху, який є основною причиною завчасного зношування поверхонь тертя. З метою забезпечення стійкої роботи механізмів проводяться численні експерименти з вивчення переривчастого режиму [1, 8, 11, 12] з використанням атомно-силової мікроскопії (AFM) [13–25] і апарату поверхневих сил (SFA) [11, 26-28]. Зокрема, за допомогою SFA вивчається режим «резонансного тертя» при швидкості зсуву від 5 до 25 м/с

[29] та проводяться дослідження трибологічних властивостей біологічних об'єктів [30–33]. Іншим експериментальним пристроєм слугує віброметр [34], при використанні якого встановлена подібність землетрусів з нестабільністю stick-slip переходів [35, 36].

Разом з експериментальними дослідженнями існує багато робіт, де поведінку межових мастил вивчають з використанням методів молекулярної динаміки [37-44] і на основі феноменологічних моделей [34, 45-54]. Попри те, що на сьогоднішній день існує величезна кількість як експериментальних, так і теоретичних робіт, досі не існує універсального підходу, який здатен охопити усю складність процесу, тому продовжуються дослідження межового мастила феноменологічних основі моделей для фізичних на визначення закономірностей, що лежать в основі експериментальних результатів. Таким чином, на сьогодні існує безсумнівна необхідність в теоретичному описі процесів тертя на нанорівні.

Зв'язок роботи з науковими програмами і темами. Дисертаційна робота виконана на кафедрі моделювання складних систем Сумського державного університету і пов'язана з виконанням наступних науководослідних робіт: держбюджетної теми «Реологічні властивості трибологічних систем у режимі межового тертя» (2011 – 2016 рр.), № 0111U009623, «Моделювання виконавець; держбюджетної тертя теми металевих наночастинок і межових плівок рідин, що взаємодіють із атомарно-гладкими поверхнями» (2012 – 2014 pp.), № 0112U001380, виконавець; науково-дослідна робота в рамках гранта Президента України GP/F44/010 «Феноменологічна трибологічних теорія межового тертя В наносистемах» (2012 p.), № 0112U007318, виконавець; науково-дослідна робота в рамках гранта Президента України GP/F49/044 «Термодинамічна теорія прослизання по границям зерен у проблемі надпластичності наноструктурованих металів» (2013 р.), № 0113U007248, виконавець.

Мета і завдання дослідження. Мета дисертаційної роботи полягає у встановленні впливу керуючих параметрів на процеси межового тертя при

фазових переходах в трибологічній системі на основі подальших модифікацій термодинамічної моделі, що описує поведінку ультратонкого мастила, затиснутого між двома атомарно-гладкими поверхнями при їх взаємному зміщенні, а також аналізі процесів зсувного плавлення при врахуванні універсальної залежності в'язкості від температури і швидкості зсуву.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити наступні завдання: – описати причини виникнення переривчастого режиму руху в рамках термодинамічної моделі плавлення ультратонких шарів твердоподібного мастила при фахових переходах першого та другого родів;

 дослідити вплив керуючих параметрів: температури, швидкості зсуву, циклічної частоти, а також коефіцієнта жорсткості, площі контакту на умови переходу твердоподібного мастила в рідиноподібний стан;

у рамках феноменологічної моделі врахувати універсальну залежність
 в'язкості мастила від температури і швидкості зсуву та описати квазістатичну
 силу тертя в нанотрибологічній системі;

 урахувати лінійний доданок в розкладанні термодинамічного потенціалу в ряд за степенями параметра порядку, та описати ефекти пам'яті, які спостерігаються експериментально;

*Об'єкт дослідження* – процеси зсувного плавлення, що спостерігаються в ультратонких твердоподібних плівках мастила при межовому терті.

*Предмет дослідження* – фазові переходи в ультратонких твердоподібних плівках мастила, які затиснуті між двома атомарно-гладкими твердими поверхнями та процеси тертя цих поверхонь.

*Методи дослідження.* У роботі використовувались методи математичного аналізу та моделювання, методи математичної фізики та порівняння отриманих розрахункових результатів з експериментальними та теоретичними даними інших авторів. Для опису руху спрощених механічних аналогів трибологічних систем проводились чисельні розв'язки нелінійних диференціальних рівнянь з використанням адіабатичного наближення за допомогою методів Рунге-Кутти 4-го порядку та Ойлера.

#### Наукова новизна отриманих результатів.

1. Уперше теоретично встановлено, що при зміні параметрів нанотрибологічної системи таких як жорсткість пружини та температура мастила, для трьох типів рідин (псевдопластичних, ньютонівських та ділатантних), мінімальну силу тертя в трибосистемі завжди забезпечує псевдопластичне мастило, хоча пружні напруження при цьому можуть бути максимальними.

2. Уперше показано, що наявність пружної взаємодії у нанотрибологічній системі суттєво збільшує ширину гістерезису на залежності сили тертя від температури за рахунок фазових переходів першого роду порівняно з розрахованою за умови фіксованої швидкості зсуву. Гістерезис на залежності сили тертя від швидкості зсуву при фіксованій температурі відсутній за наявності пружного зв'язку.

3. Уперше досліджено поведінку трибологічної системи при термодинамічному потенціалі з урахуванням лінійного доданку. Показано, що ненульове значення параметра порядку для розплавленого мастила дозволяє описати квазістатичну силу тертя.

4. Показано, що під час функціонування нанотрибологічної системи в режимі рідиноподібного тертя різний час зупинки зовнішнього приводу приводить до часткового або повного тверднення мастильного матеріалу. За допомогою цього описані та пояснені ефекти пам'яті, які проявляються наявністю піків різної висоти на залежностях сили тертя від часу за умови повторного увімкнення зовнішнього приводу.

Практичне значення отриманих результатів. Результати роботи дозволили розширити уявлення про фізику тертя, яке відбувається на нанорозмірних масштабах. Подальший розвиток термодинамічної моделі, що описує плавлення ультратонкого шару мастила в режимі межового тертя при фазових переходах першого та другого роду дозволяє спрогнозувати поведінку системи при зміні керуючих параметрів та встановити умови за яких відбуваються переходи між сухим, переривчастим та режимом ковзання в трибологічній системі. Установлення умов за яких зникає переривчастий режим, що дозволяє зменшити зношування механізмів, що труться представляє практичне значення для наномеханіки та біоінженерії при розробці штучних суглобів, пристроїв електроніки та ін.

Особистий вклад здобувача. Представлені в роботі результати отримані як особисто автором, так і при співробітництві з науковим керівником – доцентом Ляшенком Я.О. та професором Хоменко О.В. Усі результати дисертаційного дослідження обговорювались з науковим керівником – доц. Ляшенком Я.О.

У роботі [55]<sup>1</sup> автор дисертації приймав участь у вивченні літературних джерел, числовому розв'язанні системи рівнянь, проведенні числового експерименту, а також в обговоренні отриманих результатів.

У роботі [56] дисертантом досліджено поведінку ультратонкого мастила при фазовому переході другого роді і побудовано модифіковану карту тертя.

У роботі [57] здобувач дослідив особливості гістерезису на залежності сили тертя від температури і швидкості зсуву під час плавлення мастила при фазовому переході першого роду.

У роботі [58] здобувач продовжив дослідження сили тертя при наднизьких температурах та надмалих швидкостях зсуву. Змоделював поведінку системи при довготривалій зупинці зовнішнього приводу для мастил, що складаються з алканів різної довжини.

У роботі [59] дисертант модифікував термодинамічну модель плавлення ультратонкого мастила, врахувавши універсальну залежність в'язкості неньютонівських мастил. На основі модифікованої системи побудував нову залежність сили тертя від температури і швидкості зсуву, дослідив поведінку нанотрибологічних систем при сталій та періодичній зовнішній силі.

У роботах [60-64] дисертантом проведений числовий аналіз системи диференціальних рівнянь.

8

\_\_\_\_

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Роботи дисертанта позначені \*

У роботах [65-66] автор дисертації провів аналітичні розрахунки критичних значень температури та швидкості зсуву для термодинамічного потенціалу, який враховує лінійний доданок параметра порядку в розвиненні в ряд вільної енергії.

Тексти статей [59, 60, 62-64] та тез [67-69] повністю підготовлені дисертантом.

Апробація результатів дисертації. Матеріали дисертації доповідались і обговорювались на таких семінарах і конференціях: IV, V и VI Международные научно-инновационные молодежные конференции «Современные твердофазные технологии: теория, практика и инновационный менеджмент» (Тамбов, Россия, 2012, 2013, 2014 гг.); Конференція молодих вчених і аспірантів Інституту електронної фізики НАН України «ІЕФ-2013» (Ужгород, 2013 p.); International Conference «Nanomaterials: Application and Properties (NAP)» (Alushta, the Crimea, Ukraine, 2013; Lviv, 2014); 34-th and 35-th International Scientific Conference «Electronics and Nanotechnology (ELNANO)» (Kyiv, 2014, 2015); XIV Всеукраїнська школа-семінар і Конкурс молодих вчених зі статистичної фізики та теорії конденсованої речовини (Львів, 2014 р.); Школа-семінар «Багатомасштабне моделювання фізичних процесів v конденсованих середовищах» (Суми, 2014 р.).

**Публікації.** Основні результати дисертації викладено в 15 публікаціях: 5 статей у фахових виданнях України та закордонних високорейтингових журналах [55-59] із них 4 статті [55-58] індексуються наукометричними базами даних Scopus та Web of Science; 7 статей в матеріалах конференцій [60-66], з яких 2 статті [63,65] обліковуються наукометричними базами Scopus та Web of Science та 3 в збірниках тез конференцій [67-69].

Структура і об'єм роботи. Дисертаційна робота складається із вступу, чотирьох розділів, загальних висновків і списку використаних джерел, у якому міститься 133 найменуваня на 14 сторінках. Обсяг дисертації становить 126 сторінок, із яких 105 – основний текст, 55 рисунків та 1 таблиці, у тому числі 9 рис. на окремих 6 сторінках.

# РОЗДІЛ 1 ТРИБОЛОГІЧНІ ВЛАСТИВОСТІ МЕЖОВОГО ТЕРТЯ (ЛІТЕРАТУРНИЙ ОГЛЯД)

### 1.1. Межовий режим тертя

Властивості рідини, затиснутої в строго обмеженому просторі, кількісно і якісно відрізняються від її об'ємних властивостей [1]. Наприклад, якщо затиснути між двома поверхнями молекули рідини, то можливо утворення структури з квазі-дискретними шарами, властивості якої «квантуються» з числом шарів. Такі ультратонкі плівки часто поводяться більш як тверді або рідкі кристали, ніж звичайні рідини [1]. Щойно поверхні наближаються ближче, ніж на 5-10 атомарних діаметрів, сили взаємодії між поверхнями або частинками рідини істотно змінюються. Класична теорія не здатна описати поведінку мастила в такому режимі, оскільки взаємодія між поверхнями стає чутливою до молекулярної структури рідини і поверхонь.

Закон Амонтона, який був представлений у XVII столітті, неможливо використовувати для опису тертя в наноконтактних механізмах, хоча він досить ефективний для багатьох трибологічних систем більшого розміру [2]. Згідно з цим законом сила тертя F пропорційна до прикладеного навантаження L [2, 70]:

$$F = \mu L, \tag{1.1}$$

де *μ* – коефіцієнт тертя. Такий закон базується на чисто геометричній моделі зчіплювання шорсткостей, де проковзування двох поверхонь відбувається завдяки подоланню сил зчіплювання шорсткостей і виступів.

Кулон розглядав силу тертя як функцію багатьох параметрів, які Гілмор об'єднав у наступний список [71], який узагальнив Попов [72]:

1. матеріали, з яких сконструювані тіла, що взаємодіють;

2. стани поверхонь (поліровані, шорсткі);

3. мастила (масло, жир, дьоготь, тавот, вода);

4. вага (нормальна сила);

5. площа контакту поверхонь;

6. вплив деформації або зчеплення на час зупинки;

7. геметрична орієнтація поверхонь (паралельно чи перпендикулярно до волокон дерева);

8. швидкість зсуву поверхонь;

9. деформація, пов'язана з геометрією поверхонь (форма взаємодіючих поверхонь – плоска, точкова, опукла);

10. температура і вологість.

Тому більш загальна форма цього закону враховує адгезію [2, 73] і відповідає:

$$F = F_0 + \mu L, \tag{1.2}$$

де  $F_0$  – сила тертя при відсутньому навантаженні.

Виразимо зсувні напруження, поділивши ліву та праву частини рівняннь (1.1) та (1.2) на площу контакту *А* отримуємо:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F_0}{A} + \mu \frac{L}{A} = \sigma_0 + \mu P, \qquad (1.3)$$

де  $\sigma_0$  — критичні зсувні напруження (напруження при відсутності навантаження),

*P* – тиск [2,70].

Якщо поверхнева сила між двома поверхнями, розділеними мастилом, є винятково відштовхуючою  $F_0 = 0$  ( $\sigma_0 = 0$ ), то сила тертя F лише пропорційна L. І навпаки, для сильно адгезивних систем  $F_0$  ( $\sigma_0$ ) є великою, а  $\mu$  малим [2]. Тертя молекулярно-гладких слюдяних поверхонь, вкритих змащувальним моношаром, інколи демонстурує адгезивно-контрольоване тертя ( $\sigma = \sigma_0$  і  $\mu \approx 0$ ) [74]. Таким чином, коефіцієнт тертя  $\mu$  часто втрачає сенс в нанорозмірних трибологічних системах.

Останні експериментальні та теоретичні дослідження показали надзвичайну складність навіть простих трибологічних процесів. Тертя сильно пов'язане як з адгезією так і зі зношуванням поверхонь і все це вимагає глибокого розуміння нерівноважних процесів на молекулярному рівні, щоб визначити що станеться на макроскопічному [75]. При класичному описі переривчастого руху існує три основні механізми, які використовують для пояснення причин stick-slip руху [8,11]:

 Модель нерівностей поверхонь. Тут швидкі проковзування можуть відбуватись, коли шорсткість однієї поверхні досягає вершини шорсткості іншої поверхні. Величина проковзування залежить від висоти шорсткостей та куту нахилу;

– Модель тертя, що залежить від швидкості. Якщо сила тертя зменшується зі збільшенням зсувної швидкості (в межовому мастилі може відбуватись зменшення товщини плівки), то сила статичного тертя  $F_s$ , необхідна для спричинення руху буде більшою за кінетичну силу  $F_k$ , необхідну для підтримання руху, тому швидкі прискорення чергуються з швидкими сповільненнями;

 Модель фазових переходів. Дослідження показують, що мастило може плавитись за сценарієм фазового переходу першого [11, 76] або другого [46] роду.

Варто зазначити, що Кулон сформулював проблему, яку трибологи не можуть вирішити навіть сьогодні: розробка ефективної теоретичної та емпіричної процедури для створення «узагальнених законів тертя», які враховують залежності від нормального навантаження та форми [72].

### 1.2. Експериментальне дослідження межового режиму

Найбільше інформації про поведінку ультратонких шарів мастил науковці отримують із експериментальних досліджень.

Апарат поверхневих сил. В англомовній літературі – surface force

аррагаtus, схематично зображений на рис. 1.1. Ця техніка дослідження стала стандартною для вимірювання тертя між двома твердими поверхнями, розділеними ультратонким шаром рідини або пари [1].

Оскільки отримання атомарно-гладких поверхонь великих розмірів пов'язане з суттєвими технологічними труднощами, для вимірювання динамічних параметрів ультратонких шарів мастил, затиснутих між ними, використовують поверхні невеликого розміру, наклеєні на сферичні або циліндричні поверхні, які труться між собою. В огляді [1] описані два типи SFA – Mk II i Mk III. В останньому з них покращено систему регулювання відстані між тертьовими поверхнями. Він дозволяє визначати форму поверхонь і відстань між ними з точністю до 1 Å. Площа контакту поверхонь вимірюється із точністю до ±5%, нормальні і зсувні компоненти діючих сил – до  $\pm 1\%$ , величина прикладеного навантаження – до  $\pm 5\%$ .

Використовуючи еластичне стискування двох випуклих поверхонь, можна виміряти сили (тиск) між ними. Часто в таких дослідженнях використовують слюдяні пластини. Відстань *h* між поверхнями може бути визначена або встановлена з точністю до 0,1 нм, використовуючи оптичну "багато променеву інтерферометрію". Смуга рівного монохроматичного порядку отримується шляхом проходження променів білого світла через поверхні підкладки. Аналіз інтерефернційної смуги дозволяє виміряти локальний радіус R, плоску площу контакту A, товщину h затиснутої між поверхнями рідини. Для вимірювання нормальної сили між двома слюдяними поверхнями одна з них встановлюється на подвійну пружину кантілевера. Відхилення цієї нормальної сили виміряної пружиною, дозволяє нам визначити притягувальні або відштовхуючі сили до шостого порядку величини сили і від 0,1 нм до багатьох мікронів в довжину. Залежно від геометрії поверхні можна отримати нормальну силу між двома опуклими поверхнями, або тиск N = F/A між двома гладкими.

Горизонтальний рух нижньої поверхні зі сталою швидкістю здійснюється за допомогою п'єзоелектричного «біморфного повзунка», прикладаючи



Рис. 1.1. Схематичне зображення апарату поверхневих сил: 1 – відеокамера, 2 – увігнуте зеркало, 3 – сферичні поверхні тертя, 4 – джерело білого світла, 5 – схема контактуючих поверхонь [77] напругу до біморфного п'єзоелемента [26]. Типова відстань проковзування порядка 50-100 MM. Верхня поверхня підтримується пружинами, які вимірюють тертя, і зсувна сила вимірюється відхиленням пружин, які визначаються вимірюванням розтягів напівпровідників, прикріплених ДО апарат споряджений біморфним повзунком і пружин. Оскільки такий тертьовим пристроєм можна виміряти силу тертя *F* при різних значеннях прикладеного навантаження *L* і зсувної швидкості *V*. Протягом зсуву постійно спостерігається смуга рівного монохроматичного порядку, що дозволяє отримувати товщину мастила h та площу контакту A в реальному часі. А також будь-яке зношування або руйнування поверхні, щойно воно відбулось, що дозволяє відокремити зсув без зношування від суву зі зношуванням.

Типова часова залежність сили тертя від часу представлена на рис. 1.2 при поступовому збільшенні швидкості зсуву V. Для швидкості менше критичного значення  $V_c$  спостерігається stick-slip рух. Зі зростанням швидкості максимальне значення сили тертя зменшується. При перевищенні критичної величини  $V > V_c$  встановлюється режим рівномірного ковзання.

Подібна поведінка трибологічної системи також спостерігалась в іншій експериментальній роботі [78] та представлена на рис. 1.3. Відомо, що stick-slip режим зникає при швидкості вище критичної  $V_c$  (рис. 1.3, при швидкості  $V_1$ ).



Рис. 1.2. Часова залежність сили тертя при поступовому підвищенні швидкості зсуву V [11]



Рис. 1.3. Точне відтворення залежностей сили тертя F від часу для моношарів флуорокарбону при різних швидкостях зсуву:  $V_1 \approx 1$  нм/с,  $V_2 \approx 0.6$  нм/с,  $V_3 \approx 0.3$  нм/с та критичній швидкості  $V_c \approx 0.8$  нм/с [78]



Рис. 1.4. Залежність сили тертя F від часу t при температурі T = 298 K, площі контакту  $A = 50 \cdot 10^{-20}$  м<sup>2</sup>, зовнішньому навантаженні L = 25 мН та  $V_1 = 0,4$  мкм/с,  $V_2 = 0,04$  мкм/с [78]

Якщо швидкість зсуву менеше критичної  $V_c$ , з'являється переривчастий рух (рис. 1.3, при  $V_2$ ). Причому зі зменшенням швидкості частота плавлення/тверднення зменшується та збільшується амплітуда  $\Delta F = F_s - F_k$ .

Також в даній роботі показано, що під час приведення зовнішнього приводу в рух, можливі два сценарії плавлення мастила при швидкості зсуву вище критичної  $V_c$ : відбувається перехід в рідиноподібний стан без піка – рис. 1.4, *a*, при швидкостях зсуву значно вище критичних  $V_c$  (V = 0,4 мкм/с); та плавлення при меншій швидкості V < 0,05 мкм/с, при якій спостерігається пік на залежності F(t)-рис. 1.4, V = 0,04 мкм/с [78].

На рис. 1.5 представлені типові залежності сили тертя від швидкості зсуву при різних навантаженнях на систему. На всіх залежностях сила тертя монотонно зростає зі збільшенням швидкості. Також відбувається збільшення F зі зростанням навантаження. За виключенням спадання від L = 20 мН до L = 30 мН. Результати при інших температурах (T = 298; 308; 315 K) демонструють подібні залежності [78].



Рис. 1.5. Кінетична сила тертя як функція швидкості зсуву V для моношарів флуорокарбону при T = 288 К та поступовому підвищенні навантаження  $L_{1-5} = 0$ ; 20; 30; 70; 100 мН [78]

У таких нанорозмірних системах часто спостерігаються так звані «ефекти пам'яті». Вони полягають у тому, що поведінка системи у наступний момент часу залежить від попереднього. Зокрема, якщо при функціонуванні нанотрибологічної системи в режимі рідинного тертя зупинити зовнішній привід на певний час, а потім знову увімкнути, то час виходу на стаціонарний режим значно зменшується. На рис. 1.6 представлені типові залежності сили тертя від часу F(t) для різних часів зупинки зовнішнього приводу. Зупинка відбувається на визначений час t, а потім рух відновлюється. Протягом цих маніпуляцій продовжується вимірювання сили тертя, яка релаксує. Якщо час зупинки менший від характерного часу  $\tau_0$ , то немає змін в силі тертя після відновлення руху, оскільки мастило не твердне. Якщо час t перевищує  $\tau_0$ , то з'являється пік на залежності. Висота піка  $\Delta F$  збільшується зі зростанням t, оскільки за час зупинки відбувається часткове або повне тверднення мастила [79].



Рис. 1.6. Залежності сили тертя від часу при різних часах зупинки  $t_{1-4} = 2$ ; 5; 10; 120 с. Умови зсуву L = 30 мH, V = 0,07 мкм/с,  $\tau_0 \approx 3$  с. Точка А позначає зупинку зовнішнього приводу, Б – відновлення руху [79]

На противагу результатам, представленим на рис. 1.3, автори [80] отримали залежності, у яких статична  $F_s$  та кінетична  $F_k$  сили тертя не лише зростають зі збільшенням швидкості V, а також зменшуються зі зростанням швидкості (див. рис. 1.7). Також наголошено на тому, що зі збільшенням температури спостерігається тенденція до зменшення сили тертя [80]. Далі буде показано, що теоретичні розрахунки [47] демонструють подібні властиво-



Рис. 1.7. Залежності статичної  $F_s$  та кінетичної  $F_k$  сили тертя від часу для різних значень температури мастила  $T_{1-3} = 291$ ; 297; 302 К. Початкова товщина мастила 1,2 та 2 нм [80]



Рис. 1.8. Переміщення веденого блока  $x_f$  (суцільна крива) та ведучого кільця  $x_r$  (штрих пунктирна крива) після 1000 циклів при параметрах:  $\omega = 800$  обертів/хвилину, K = 15,68 Н/мм, L = 49 Н. Ділянками А позначені ділянки прилипання блоків, Б – їх відносного проковзування [82]

сті. У розділі 2 дисертації нами показано, що це лише частинні випадки загальної карти тертя. Для повного розуміння цих залежностей необхідно розглядати тривимірну залежність сили тертя від швидкості зсуву та температури.

Пристрій зі взаємно-поступальним рухом. Ще одним пристроєм для вивчення трибологічних властивостей мастила слугує апарат взаємнопоступального руху поверхонь тертя, детально описаний в роботах [12, 81, 82]. Принцип його роботи полягає в перетворенні обертального руху в лінійний. На блоці масою M, закріпленому між двома пружинами з жорсткістю K, розташоване кільце, яке приводиться в рух з кутовою швидкістю  $\omega$  та притискається до блока з нормальною силою L. Рівняння руху веденого блока має вигляд [82]:

$$F = Ma_f + 2Kx_f, \tag{1.4}$$

де  $a_f$  – прискорення блока,

*x*<sub>*f*</sub>-його координата.

Типова залежність переміщення блока представлена на рис. 1.8. При твердоподібній структурі мастила блок переміщується за кільцем – ділянка «stick». При плавленні мастила кільце проковзує над блоком і вони рухаються в різних напрямках – ділянка «slip». Авторами встановлено, що переривчастий рух не завжди існує при взаємно-поступальному переміщенні, а режим роботи залежить від умов функціонування. Також виявлено, що зі збільшенням швидкості зрозстає амплітуда та зменшується частота переходів [82].

### 1.3. Теоретичні методи дослідження

Зважаючи на те, що експеримент потребує значних фінансових затрат та точної апаратури часто дослідження проводять (окремо або доповнюють експериментальні дані) із використанням теоретичних методів.

### 1.3.1. Комп'ютерне моделювання

Комп'ютерне моделювання взаємодії атомів базується на мікроскопічних моделях, які враховують ефекти термічної активації руху приповерхневих атомів від нанорозмірного зсуву поверхонь [47]. Розрахунки показують, що переривчастий рух щупа консолі спричинений двома конкуруючими процесами: стрибками атомів з поверхні на накінечник, що веде до перешкоджання проковзуванню, та стрибками назад, що приводить до зростання проковзування. Енергія, яка розсіюється протягом зворотних стрибків між зразком та накінечником сприяє силі тертя і веде до немонотонної залежності тертя від температури.

У роботі [47] запропонована мікроскопічна модель ДЛЯ опису трибологічної системи, представленої на рис. 1.9. Дана модель роз'яснює природу мікроскопічних нестабільностей, фізичну представлених В феноменологічних моделях для інтерпретації експериментальних результатів. Для моделювання мікроскопічних експериментів тертя розглядається щуп масою М, координата центру мас Х якого пов'язана пружиною з жорсткістю *K*<sub>dr</sub> до зовнішнього приводу, який рухається зі сталою швидкістю *V* вздовж поверхні.



Рис. 1.9. Ескіз моделі, яка використовується для моделювання ефекту термічної активації руху приповерхневих атомів на наноскопічне тертя.  $r_i$  – i-й атом, x, z – координати [47]

Щуп моделюється із упорядкованих n атомів з фіксованою відстанню між ними b. Він зсувається вздовж поверхні зі сталою відстанню Z = h над поверхнею. Усереднена за часом горизонтальна сила  $F = -K_{dr}x - Vt$  задає силу тертя.

Рівняння руху щупа та поверхневих атомів набувають вигляду [47]

$$M\frac{d^{2}x}{dt^{2}} + \eta_{t}\frac{dx}{dt} + \sum_{i,j}\frac{dU_{i}^{t-o}j}{dx} + K_{dr}(x-Vt) = \xi(t), \qquad (1.5)$$

$$\eta_{o} \frac{\mathrm{d}r_{i}}{\mathrm{d}t} + \sum_{j} \frac{\mathrm{d}U_{i}^{t-o} j}{\mathrm{d}r_{i}} + \frac{\mathrm{d}U_{i}^{o-o}}{\mathrm{d}r_{i}} = \xi_{o}(t), \qquad (1.6)$$

де  $r_i = (io + \Delta x_i, \Delta z_i),$ 

 $R_i = (X_i, Z)$  – координати поверхні і атомів щупа,

о – стала гратки зразка,

*U*<sup>*t-o*</sup> і *U*<sup>*o-o*</sup> – потенціали, які описують взаємодію між атомами щупа та поверхні і між сусідніми атомами зразка, відповідно,

 $\eta_t$  та  $\eta_o$  – сталі загасання, що відображають дисипацію кінетичної енергії атомів щупа і поверхні.

Взаємодія між атомами поверхні та атомами щупа моделюється за допомогою потенціалу Морзе

$$U_{ij}^{t-o} = U_0 \left\{ \left[ 1 - \exp\left(-2b\left(\left|r_i - R_j\right| - R_c\right)\right) \right/ R_c \right]^2 - 1 \right\},$$
(1.7)

де  $U_0$  і  $R_c/q$  – амплітуда і радіус взаємодії.

Оксільки щуп провокує зміщення поверхневих атомів на відстань, яка значно менша за сталу гратки, то взаємодія між атомами поверхні та найближчими сусідами в першому та другому шарі може бути апроксимована гармонічним потенціалом

$$U_{i}^{o-o} = \frac{K_{l} \left(\Delta r_{i} - \Delta r_{i-1}\right)^{2}}{2} + \frac{K_{l} \left(\Delta r_{i} - \Delta r_{i+1}\right)^{2}}{2} + \frac{K_{n} \left(\Delta r_{i}\right)^{2}}{2}.$$
 (1.8)

Тут, пружні сталі, *K*<sub>l</sub> і *K*<sub>n</sub>, визначають взаємодію в першому шарі та між першим і другим шаром, відповідно.

Результати моделювання усередненої за часом залежності сили тертя як функцію температури зображено на рис. 1.10. Дані отримано для різних значень параметрів  $K_l$ ,  $K_n$ ,  $U_0$ , які характеризують силу міжатомної взаємодії. Всі три криві відображають характерний пік на залежності при низьких температурах, як це спостерігається в експерименті [11].

Дослідження впливу швидкості зсуву на залежність F(t) показують, що пік цієї залежності зміщується і зменшується зі зростанням V (рис. 1.10). Залежність сили тертя від швидкості зсуву показує, що при різних значеннях температури може бути як додатній нахил кривої так і від'ємний (пор. з рис. 1.5 та 1.7).

### 1.3.2. Аналітичні моделі

Суттєвим недоліком молекулярно-динамічних досляджень є той факт, що моделювання потребує тривалого часу для розрахунків, багатоядерних процесорів і на сьогоднішній день ці методи не здатні описувати багатомолекульні об'єкти і/або тривалий час їх функціонування. Можливим рішенням даної проблеми є використання аналітичних (феноменологічних) моделей.

Модель Прандтля-Томлінсона. Для опису пластичної деформації в кристалах в 1928 році Прандлем був запропонований підхід, у якому розглядається процес пластичної деформації [83]. У найпростішому випадку розглядається одновимірний рух точки з масою (атома, щупа кантілевера), приведеною в рух в періодичному потенціалі за допомогою пружини зі сталою швидкістю  $v_0$ , що гальмується пропорційно швидкості:

$$m\ddot{x} = K(v_0 t - x) - \eta \dot{x} - E_0 \sin(2\pi x/l), \qquad (1.9)$$



Рис. 1.10. Узагальнені за часом залежності сили тертя (*a*) від температури при різних швидкостях зсуву та (*б*) від швидкості зсуву при різних температурах при параметрах  $M = 5 \cdot 10^{-11}$  кг,  $K_{dr} = 2$  H/м, V = 100 нм/с, h = 0,32 нм,  $R_c = 0,1$  нм, q = 1,1,  $\gamma_t = 1,2 \cdot 10^{-5}$  кг/с,  $\gamma_a = 7,7 \cdot 10^{-7}$  кг/с: а – відповідають швидкостям зсуву  $V_{1-3} = 20$ ; 50; 2000 нм/с; б – температурам мастила  $T_{1-3} = 19$ ; 50; 80 К [47]

де *х* – координата тіла,

т-його маса,

К-жорсткість пружини,

 $\eta$  – коефіцієнт демпфування,

*E*<sub>0</sub> – амплітуда періодичної сили,

*l* – просторовий період потенціалу.

Результатом подальшого вдосконалення моделі (1.9) є система з багатьма незалежними атомами пов'язаними з блоком як ансамбль атомів з різними з'єднуючими жорсткостями, які з макроскопічної точки зору моделюють багатоконтактну ситуацію [84].

У 1929 році Томлінсон представив модель [85], у якій також на переміщення кантілевера впливає як взаємодія з атомарною граткою поверхні, так і пружна деформація консолі. Одновиміна модель використовує синусоїдальний профіль з періодом гратки a та амплітудою між піками  $E_0$ . Якщо кантілевер рухається зі сталою швидкістю  $v_0$  вздовж x-напрямку, то загальна енегрія такої системи дорівнює [70]

$$E_{\rm tot}(x,t) = -\frac{E_0}{2}\cos\frac{2\pi x}{l} + \frac{1}{2}K(vt - x)^2.$$
(1.10)

В момент часу t = 0 накінечник розміщений в абсолютному мінімумі  $E_{tot}$ .

Позиція накінечника в момент часу t визначається зі співвідношення  $\partial E_{tot}/\partial x = 0$  [70]:

$$\frac{\partial E_{\text{tot}}}{\partial x} = \frac{\pi E_0}{l} \sin \frac{2\pi x}{l} - K(vt - x) = 0.$$
(1.11)

Після початку руху консолі абсолютний мінімум потенціалу зростає, доки позиція консолі не стає нестійкою  $x = x^*$ , яка визначається другою похідною зі співвідношення  $\partial^2 E_{tot} / \partial x^2 = 0$  [70].

$$x^* = \frac{l}{4} \arccos\left(-\frac{1}{\gamma}\right), \ \gamma = \frac{2\pi^2 E_0}{Kl^2}.$$
 (1.12)

Коефіцієнт  $\gamma$  визначає силу взаємодії між консоллю і поверхнею з жорсткістю системи. В момент часу  $t = t^*$  консоль різко «пригає» в наступний мінімум профілю потенціалу. Схематично профілі в різні моменти часу t і умову переходи в новий мінімум зображено на рис. 1.11.



Рис. 1.11. Ескіз профіля енергії в моделі Прандтля-Томлінсона для моментів часу t = 0 – штрихова крива та  $t = t^*$  – суцільна

Горизонтальна сила  $F^*$ , яка спричиняє перехід може бути визначена з (1.11) та (1.12):

$$F^* = \frac{Kl}{2\pi} \sqrt{\gamma^2 - 1}.$$
 (1.13)

Звідси слідує, що stick-slip рух спостерігається лише, коли виконується умова  $\gamma > 1$ . За умови  $\gamma < 1$  консоль рухається неперервно [70].

В огляді [84] вказується на те, що в літературі ці дві моделі приписують Томлінсону, хоча насправді її розробив Прандтль. Тому називатимемо їх моделлю Прандтля-Томлінсона [84].

Модель Прандтля-Томлінсона була розроблена для розуміння пластичності, але її подальша модифікація і варіація широко використовується для вивчення природи різних фізичних явищ, включаючи дислокацію в кристалах в моделі Френкеля-Конторова, атомно-силової мікроскопії [86], в розробці нанопристроїв [87, 88] і контролі окремих молекул [89].

Варто також відмітити, що Прандтль був першим трибологом, який дійшов до висновку, що температурні флуктуації можуть приводити до

логарифмічної залежності сили тертя від швидкості [84].

Модель Попова. Даний підхід базується на використанні теорії фазових переходів Ландау. Параметром порядку  $\varphi$  являється граничне значення парної кореляційної функції на нескінченності, або амплітуда періодичної частини мікроскопічної функції густини середовища. Таким чином, якщо середовище перебуває в кристалічному стані, це означає, що два сусідні молекулярні шари в ньому створюють періодичний потенціал по відношенню один до одного [46].

Густина вільної енергії записується у вигляді [46]:

$$f = \alpha (T - T_c) \varphi^2 + \frac{b}{2} \varphi^4 \frac{1}{2} \varphi^2 \varepsilon_{el}^2 + \frac{g}{2} (\nabla \varphi)^2, \qquad (1.14)$$

Пружні напруження в шарі визначаються як [46]:

$$\sigma_{el} = \frac{\partial f}{\partial \varepsilon_{el}} = \varphi^2 \varepsilon_{el} = \mu \varepsilon_{el}.$$
(1.15)

При виконанні умов  $T < T_c$  і  $\varepsilon_{el} = 0$  тіло перебуває в твердому стані. Зі зростанням пружних деформацій зменшується параметр порядка і, відповідно, модуль зсуву

$$\mu = \varphi^{2} = \frac{\alpha (T_{c} - T) - \varepsilon_{el}^{2}/2}{b}.$$
(1.16)

Повздовжня жорсткіть стає нульовою при перевищенні деформацією критичного значення

$$\varepsilon_{el,c} = \sqrt{2\alpha \left(T_c - T\right)}.$$
(1.17)

У такому випадку пружні напруження можна переписати у вигляді:

$$\sigma_{el} = \mu \varepsilon_{el} = \begin{cases} \frac{\alpha (T_c - T) - \varepsilon_{el}^2 / 2}{b} \varepsilon_{el}, & \varepsilon_{el} < \varepsilon_{el,c}, \\ 0, & \varepsilon_{el} > \varepsilon_{el,c}. \end{cases}$$
(1.18)

При зростанні деформації  $\varepsilon_{el}$  збільшуються пружні напруження  $\sigma_{el}$ , коли деформація досягає значення  $\varepsilon^*$ , де

$$\varepsilon_{el}^{*2} = \frac{2}{3} \alpha \left( T_c - T \right) = \frac{1}{3} \varepsilon_{el,c}^2, \qquad (1.19)$$

напруження набувають свого максимального значення

$$\sigma^* = \frac{1}{b} \left( \frac{2}{3} \alpha (T_c - T) \right)^{3/2}, \qquad (1.20)$$

після чого зменшуються і стають нульовими після плавленя мастила.

В'язкі напруження задаються співвідношенням:

$$\sigma_{visc} = \eta \dot{\varepsilon}_{pl}, \qquad (1.21)$$

де  $\eta$  – динамічна в'язкість,

 $\varepsilon_{pl}$  – пластична деформація.

Тоді повні напруження в шарі дорівнюють

$$\sigma = \sigma_{el} + \sigma_{visc}. \tag{1.22}$$

Пружна і пластична деформації поблизу точки переходу пов'язані лінійним релаксаційним співвідношенням

$$\dot{\varepsilon}_{pl} = \frac{\varepsilon_{el}}{\tau},\tag{1.23}$$

де *т* – феноменологічний коефіцієнт, який має зміст характерного часу релаксації внутрішніх напружень.

Рівняння руху трибологічної системи, представленої на рис. 1.12 можна записати у вигляді:

$$M\ddot{x} = k_s (v_0 t - x) - F_0, \qquad (1.24)$$

де  $F_0$  – сила тертя, яка визначається як добуток повних напружень  $\sigma$  і площі контакту поверхонь тертя A

$$\xrightarrow{k_s} v_0$$

$$F_0 = A \left( \sigma_{el} + \sigma_{visc} \right). \tag{1.25}$$

Рис. 1.12. Схема трибологічної системи [46]

Дана модель дозволяє вивчати динаміку трибологічної систему, та враховує термодинамічне і зсувне плавлення.

Модель Карлсона та Батісти. У роботі [90] представлена ще одна феноменологічна модель. Рівняння руху верхнього блока записується стандартним чином – див. рівняння (1.24). У будь-який момент часу сила тертя  $F_0$  визначається через мікроскопічні властивості мастила. У випадку ковзання твердої поверхні по твердій ця залежність включає в себе G і параметр порядку системи  $\theta$ . Сила тертя запишеться у вигляді [90]:

$$F_0 = \theta + \beta \dot{G}, \tag{1.26}$$

де

$$\dot{\theta} = \frac{\left(\theta - \theta_{\min}\right)\left(\theta_{\max} - \theta\right)}{\tau} - \alpha \left(\theta - \theta_{\min}\right)\dot{G}.$$
(1.27)

Тут вважається, що параметр порядку лежить в межах від  $\theta_{\min}$  при розплавленому мастилі, до  $\theta_{\max}$  при твердоподібному мастилі. Еволюція рівняння (1.27) дозволяє отримати наступну залежність сили тертя  $F_0$  [90]:

$$F_0 = \begin{cases} \left(-\infty, \theta\right], \ \dot{G} = 0\\ \theta + \beta \dot{G}, \ \dot{G} > 0. \end{cases}$$
(1.28)

При сталій відносній швидкості зсуву X = V параметр порядку набуває вигляду [90]:

$$\theta = \begin{cases} 1 - \alpha \tau V, V < (\alpha \tau)^{-1}, \\ 0, \quad V \ge (\alpha \tau)^{-1}. \end{cases}$$
(1.29)

Зсув зовнішнього приводу зі сталою швидкістю  $V_0$  дозволяє отримати залежності сили тертя, переміщення блока, його швидкості та параметру порядку, які представлені на рис. 1.13.

У початковий момент часу мастило вважається твердоподібним. Вільний кінець пружини починає рух зі сталою швидкістю  $V_0$ . Блок також починає свій рух, але його швидкість значно менша. На початковому етапі проковзування, коли  $\alpha >> 1/\tau$ , першим доданком в правій частині рівняння (1.27) можна знехтувати.

Тому можна записати апроксимацію [90]:

$$\theta = e^{-\alpha(G - G_0)}.\tag{1.30}$$

Тут параметр порядку залежить лише від проковзування  $\Delta G = G - G_0$ , і мастило «плавиться» вище характерної відстані 1/ $\alpha$ . З подальшим рухом зовнішнього приводу натягнення пружини починає рости, збільшується швидкість блока V та сила тертя. При превищенні швидкістю критичного значення  $V_c$  мастило плавиться, параметр порядку  $\theta$  набуває нульових значень, швидкість блока V стрімко зростає, а сила тертя F зменшується. Далі відбувається тверднення мастила. На рис. 1.13 зображений лише один цикл плавлення.



Рис. 1.13. Залежності сили тертя *F*, переміщення *X*, швидкості  $\dot{X} = V$  та параметра порядку  $\theta$  від часу *t* при параметрах: T = 290 K,  $\alpha = 30$  м<sup>-1</sup>,  $\tau = 10$  с,  $\beta = 30$  Па·с·м,  $V_0 = 0,002$  мм/с,  $V_c = 0,0033$  мм/с [90]

При подальшому зсуві зовнішнього приводу даний процес буде повторюватись.



Рис. 1.14. Залежність сили тертя *F* від швидкості зсуву *V* при параметрах:  $1/\alpha = 1$  мкм,  $\beta = 6 \ 10^4 \, \Pi a \cdot c \cdot M$ ,  $K = 3,5 \, \text{кH/M} [91]$ 

В іншому дослідженні [91] даних авторів, проведеному на основі описаної вище моделі, представлені результати числового розрахунку. Серед яких зображені гістерезиси за швидкістю при різних параметрах функціонування системи. Зокрема, на рис. 1.14 представлений гістерезис для жорсткості пружини K = 3,5 кН/м.

На рисунку зображені максимальні значення сили тертя *F* як функцію від зсувної швидкості. Збільшення жорсткості пружини приводить до зменшення ширини гістерезису [91].

#### Висновки до розділу 1

1. Експериментальне дослідження межового режиму тертя показує, що може одночасно перебувати в однофазному, двофазному та мастило багатофазних станах. Змоделювати такий складний процес і врахувати всі особливості надзвичайно складно. Тому для вивчення ефектів, що відбуваються під час межового тертя, використовують широкий набір моделей, які будуються для розв'язання конкретних задач. На сьогоднішній день не існує єдиної ефектів, спостерігаються моделі, описувала б весь спектр ЩО яка

експериментально, тому часто теоретичне дослідження межового мастила проводять на основі феноменологічних моделей, а далі отримані результати доповнюють за допомогою методів молекулярної динаміки і навпаки.

2. Дослідження межового тертя на сьогодні є актуальною задачею як з практичної, так і з фундаментальної точок зору, оскільки подолання переривчастого режиму тертя збільшує термін експлуатації деталей, що труться. Також це дозволяє вирішувати технічні задачі, пов'язані з забезпеченням змащування і стабільної роботи мікро- та нанопристроїв, у яких не можна використовувати об'ємні мастила з огляду на малі розміри самих деталей, тому єдиним рішенням для конструкторів є застосування межового мастила. Вивчення тертя на наноскопічному рівні дає можливість продвинутись в розумінні фізики самого процесу.

#### **РОЗДІЛ 2**

# ТЕРМОДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ ПЛАВЛЕННЯ УЛЬТРАТОНКОЇ ПЛІВКИ МАСТИЛА

Як уже зазначалося в першому розділі, більшість експериментальних досліджень межового тертя проводять з використанням слюди, кварцу, оксидів металів у якості поверхонь тертя [11]. Сколи їх кристалів, зроблені в певному напрямку, дають можливість отримати атомарно-гладкі поверхні. У підрозділі 2.1 розглядається механічний аналог саме таких трибологічних систем, коли вільний кінець пружини рухається з фіксованою швидкістю.

Прикладами таких систем. які використовуються масово y повсякденному житті, є мікроелектромеханічні системи (MEMS, жорсткі накопичувальні диски) [79, 92–97]. У таких системах жорсткий диск обертається зі швидкістю до 10000 обертів на хвилину. Зчитуючий сенсор сконструйовано так, що під час роботи MEMS він пролітає на висоті  $\approx 10$  нм над диском. Решту часу він перебуває в зоні парковки [93]. Роль пружини виконує консоль, на якій кріпиться сенсор. Відміність в розглядуваних системах полягає в тому, що у нашій підкладка нерухома, а верхній блок – рухомий. В MEMS навпаки: підкладка (жорсткий диск) постійно рухається, а блок (сенсор) переміщується мало.

Особливу цікавість викликає процес розгону і зупинки жорсткого диска, оскільки сенсор в цей час переміщується в/або із зони парковки, тому можливе його доторкання до диска. Щоб зменшити зношування використовують мастило – перфурополіетер (РЕРЕ). Особливіть конструкції таких дисків не дозволяє застосування мастила товщиною більше ~4 – 4,5 нм [92]. Дослідженню процесів, які відбуваються в подібних механізмах під час виходу або заходу зчитуючого сенсора, присвячена дана робота.

Виготовлення довгих атомарно-гладких поверхонь дуже складна з технічної точки зору задача. Тому для вивчення трибологчних систем при

довготривалій роботі у межовому режимі, або для вивчення зношування поверхонь на відносно невеликій ділянці, використовують механізми зі зворотно-поступальним рухом поверхонь тертя [12, 81]. Механічний аналог такої експериментальної установки розглянуто в підрозділі 2.4.

## 2.1. Опис трибологічної системи

Розглянемо процеси межового тертя на прикладі поведінки механічного аналога трибологічної системи [8, 11, 34], що показаний на рис. 2.1.



Рис. 2.1. Схема трибологічної системи

Система складається з двох блоків з атомарно-гладкими поверхнями. Причому нижній блок зафіксований, а верхній ковзає по ньому. Між блоками знаходиться ультратонкий шар мастила товщиною h. До верхнього блоку, маса якого M, кріпиться пружина з жорсткістю K, вільний кінець якої рухається з фіксованою швидкістю  $V_0$ . Під час руху вільного кінця пружини в рух приводиться і сам блок, але його швидкість V відрізняється від швидкості  $V_0$  за рахунок того, що руху блока перешкоджає сила тертя F, яка виникає між поверхнями.

Позначимо координату блока *X*, тоді відповідне рівняння руху приймає вигляд [8, 11, 46, 50]:

$$M\ddot{X} = K\Delta X - F. \tag{2.1}$$

В останньому рівнянні  $\Delta X$  — розтягнення пружини, яке визначається за формулою

$$\Delta X = \int_{0}^{t} V_0 dt' - X,$$
(2.2)

де *t*-час руху вільного кінця пружини, а *t*'-змінна інтегрування.

Силу тертя визначимо стандартним чином:

$$F = \sigma A, \tag{2.3}$$

де  $\sigma$  – зсувне напруження, що виникає в мастилі,

А – площа контакту тертьових поверхонь.

Варто зазначити, що в даній роботі розглядаються атомарно-гладкі поверхні, що розділені шаром мастила фіксованої товщини h. У такому випадку площа контакту A прямує до рельної загальної площі тертьових поверхонь. В системах, що зазвичай використовуються в промисловості (шосткі поверхні) при контакті поверхні не дотикаються повністю, а лише через шорскості та нерівності, тому відношення реальної площі до видимої  $A_{real}/A_{visible}$  складає ~10<sup>-5</sup>, оскільки на поверхні реалізується 10<sup>3</sup> – 10<sup>5</sup> мікроконтактів [11, 98, 99]. У таких системах при прикладенні зовнішнього навантаження відбувається видавлювання мастила з-під шорсткостей, що приводить до зчеплення виступів і тертя окремих ділянок без мастила [100, 101]. При цьому зі збільшенням навантаження зростає і сила тертя. Ми розглядаємо атомарно-гладкі поверхні, тому зовнішнє навантаження в даній моделі в явному вигляді не враховується, оскільки коефіцієнт тертя в цьому випадку часто втрачає сенс.

У режимі межового тертя в шарі мастила виникають пружні  $\sigma_{el}$  і в'язкі (дисипативні)  $\sigma_v$  напруження [46, 102, 103]. Як правило, з плавленням пружна компонента напружень зменшується, а в'язка росте за рахунок збільшення відносної швидкості зсуву тертьових поверхонь [103]. Отже, повне напруження визначається сумою вказаних компонент:

$$\sigma = \sigma_{el} + \sigma_{v}. \tag{2.4}$$

В'язкі напруження в шарі мастила визначатимемо за емпіричною формулою [104, 105]
$$\sigma_{v} = \frac{\eta_{eff}V}{h},$$
(2.5)

37

де введено в розгляд ефективну в'язкість мастила  $\eta_{eff}$ , яка залежить від багатьох факторів та знаходиться експериментально, а також відносну швидкість руху поверхонь *V*.

Зазвичай при межовому терті в ролі мастил використовуються полімерні розчини або розплави. Необхідність цього викликана тим, що поверхні тертя мають малий розмір і шар мастила не повинен видавлюватися з-під них під дією великих трибологічних навантажень. Такі мастила являють собою неньютонівські рідини, в'язкість яких залежить не лише від температури, а також від градієнта швидкості. Але зазначимо, що навіть звичайна вода в режимі межового змащування часто поводить себе як неньютонівська рідина, оскільки в процесі руху за рахунок взаємодії з поверхнями створює просторові впорядковані структури [106]. Неньютонівські рідини поділяють на псевдопластичні рідини, в'язкість яких з ростом швидкості деформації є зменшується (приклад – полімерні розчини і розплави) і ділатантні рідини, в'язкість яких з ростом є збільшується (приклад – суспензії твердих частинок). Для врахування обох ситуацій використаємо просту степеневу апроксимацію [104, 105]:

$$\eta_{eff} = k \left( \dot{\varepsilon} \right)^{\gamma}. \tag{2.6}$$

Тут введено коефіцієнт пропорційності k [Па·с<sup> $\gamma$ +1</sup>] і безрозмірний показник  $\gamma$  (для псевдопластичних рідин  $\gamma < 0$ , ділатантні характеризуються показником  $\gamma > 0$ , і у випадку ньютонівських рідин  $\gamma = 0$ ).

Швидкість деформації визначається через відносну швидкість руху V і товщину мастила *h* [104]:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{V}{h}.$$
(2.7)

З урахуванням (2.6), (2.7) вираз для в'язких напружень (2.5) записується у вигляді [46]

$$\sigma_{v} = k \left(\frac{V}{h}\right)^{\gamma+1}.$$
(2.8)

Зазначимо, що згідно з (2.8) в'язкі напруження присутні як в рідиноподібному, так і в твердоподібному станах мастила. Про наявність в'язких (дисипативних) напружень в обох фазах було вказано в експериментальній роботі [103].

## 2.2. Фазовий перехід другого роду

Для ультратонкого шару мастила в однорідному випадку можна записати густину вільної енергії у вигляді [45, 46, 56]:

$$f = \alpha \left( T - T_c \right) \varphi^2 + \frac{a}{2} \varphi^2 \varepsilon_{el}^2 + \frac{b}{4} \varphi^4, \qquad (2.9)$$

де Т – температура мастила,

 $T_c$  – критична температура,

 $\varepsilon_{el}$  – зсувна компонента пружної деформації,

*α, а, b* – додатні сталі,

*φ* – параметр порядку, що представляє амплітуду періодичної складової мікроскопічної функції густини середовища [46].

Параметр  $\varphi$  рівний нулю, коли мастило перебуває в рідиноподібному стані, та приймає ненульові значення коли мастило твердоподібне.

На рис. 2.2 зображена густина вільної енергії (2.9) для трьох значень температури. Оскільки параметр  $\varphi \in$  амплітудою періодичної складової мікроскопічної функції густини середовища, розглядаємо далі лише фізичну область значень  $\varphi \ge 0$ . Згідно з рисунком, при температурі  $T < T_{c0}$  (крива 1) мастило твердопібне, оскільки реалізується ненульове стаціонарне значення параметра порядку  $\varphi_0 = 0$ . Якщо температура вище за критичне значення  $T > T_{c0}$ 



Рис. 2.2. Залежність густини вільної енергії f (2.9) від параметра порядку  $\varphi$  при  $\alpha = 0.95 \text{ Дж} \cdot \text{K}^{-1}/\text{м}^3$ ,  $T_c = 290 \text{ K}$ ,  $a = 4 \ 10^{12} \text{ Па}$ ,  $b = 230 \text{ Дж}/\text{м}^3$  та пружних деформаціях  $\varepsilon_{el} = 2.1 \ 10^{-6}$ . Криві 1 і 2 відповідають температурам T = 250 K і 300 К. Крива 3 відповідає температурі  $T = T_{c0}$  (2.11)

(крива 2), мастило рідиноподібне, оскільки встановлюється нульове стаціонарне значення параметра  $\varphi_0 = 0$ .

Критичне значення температури  $T_{c0}$  легко знаходиться з виразу (2.9), для цього знайдемо похідну  $\partial f / \partial \varphi$ :

$$f' = 2\alpha \left( T - T_c \right) \varphi + a\varphi \varepsilon_{el}^2 + b\varphi^3, \qquad (2.10)$$

прирівнюємо похідну (2.10) до нуля, переносимо значення температури в ліву частину рівняння, а решту виразу – у праву і отримуємо вираз для критичної температури [56]:

$$T_{c0} = T_c - \frac{a\varepsilon_{el}^2}{2\alpha}.$$
 (2.11)

Крива 3 на рис. 2.2 відповідає значенню  $T = T_{c0}$ , при якому на залежності  $f(\varphi)$  з'являється плато.

Пружні напруження визначимо з (2.9) як  $\sigma_{el} = \partial f / \partial \varepsilon_{el}$  [46]:

$$\sigma_{el} = a\varphi^2 \varepsilon_{el} = \mu \varepsilon_{el}, \qquad (2.12)$$

де модуль зсуву визначається як

$$\mu = a\varphi^2. \tag{2.13}$$

Зазначимо, що в режимі межового тертя модуль зсуву може бути на декілька порядків більший, ніж у гідродинамічному режимі для того самого мастила [11]. Зазвичай у процесі тертя при перевищенні критичних значень температури T, або пружних зсувних напружень  $\sigma_{el}$ , мастило плавиться не повністю, а створюється доменна структура з областями рідинного і сухого тертя.

Визначимо ненульові значення модуля зсуву, які він набуває в твердоподібному стані, з умови  $\partial f / \partial \varphi = 0$  [46]:

$$\mu = \frac{a}{b} \Big( 2\alpha \big( T_c - T \big) - a \varepsilon_{el}^2 \Big). \tag{2.14}$$

3 (2.14) знайдемо критичне значення деформації [46]

$$\varepsilon_{el,c} = \sqrt{\frac{2\alpha \left(T_c - T\right)}{a}},\tag{2.15}$$

при перевищенні якого мастило плавиться. Таким чином, залежність напружень від деформацій приймає вигляд [46] (див. рис. 2.3):

$$\sigma_{el} = \begin{cases} \frac{a \left[ 2\alpha \left( T_c - T \right) - a \varepsilon_{el}^2 \right]}{b} \varepsilon_{el}, & \varepsilon_{el} < \varepsilon_{el,c}, \\ 0, & \varepsilon_{el} > \varepsilon_{el,c}. \end{cases}$$
(2.16)

Останній вираз свідчить про те, що пружні напруження приймають ненульові значення лише в твердоподібній фазі. Згідно з цим в роботах [107, 108], у яких розробляється синергетична концепція межового тертя, напруження обираються як параметр порядку.



Рис. 2.3. Залежність зсувних напружень  $\sigma_{el}$  від деформацій  $\varepsilon_{el}$  при параметрах рис. 2.2 та температурі мастила T = 260 К

Зазвичай в експериментах фіксується не зсувна компонента деформації  $\varepsilon_{el}$ , а відносна швидкість зсуву поверхонь тертя [8, 11]. Тому для подальшого дослідження необхідно отримати зв'язок між цими двома величинами. Використаємо дебаївське наближення, згідно з яким пружна компонента деформації  $\varepsilon_{el}$  виникає в шарі мастила при пластичній течії зі швидкістю  $\dot{\varepsilon}_{pl}$  [46]:

$$\dot{\varepsilon}_{pl} = \frac{\varepsilon_{el}}{\tau_{\varepsilon}},\tag{2.17}$$

де  $\tau_{\varepsilon}$  – максвеллівський час релаксації внутрішніх напружень.

Повна деформація в шарі визначається сумою пружної  $\varepsilon_{el}$  та пластичної  $\varepsilon_{pl}$  компонент [46]

$$\varepsilon = \varepsilon_{pl} + \varepsilon_{el}.\tag{2.18}$$

Комбінуючи співвідношення (2.7), (2.17) і (2.18), отримаємо кінетичне рівняння для еволюції пружної компоненти деформації зсуву [50, 102, 109, 110]:

$$\tau_{\varepsilon} \dot{\varepsilon}_{pl} = -\varepsilon_{el} + \frac{V \tau_{\varepsilon}}{h}.$$
(2.19)

Експерименти з дослідження межового тертя вказують на те, що час релаксації пружної деформації зазвичай дуже малий. Його можна оцінити зі співвідношення  $\tau_{\varepsilon} \approx a/c \sim 10^{-12}$  с, де  $a \sim 1$  нм – стала гратки або міжмолекулярна відстань,  $c \sim 10^3$  м/с – швидкість звуку [108]. Однак в межовому режимі час  $\tau_{\varepsilon}$  може відрізнятись на декілька порядків [8, 11]. Зважаючи на те, що час релаксації деформації  $\tau_{\varepsilon}$  малий, далі будемо використовувати адіабатичне наближення  $\tau_{\varepsilon}\dot{\varepsilon}_{el} \approx 0$  [111], яке дозволяє замість (2.19) для визначення деформації використовувати її стаціонарне значення

$$\varepsilon_{el}^0 = \frac{V\tau_{\varepsilon}}{h}.$$
(2.20)

У загальному випадку вільна енергія (2.9) залежить від товщини мастила h [45]. Згідно зі співвідношенням (2.20) стаціонарна пружна деформація збільшується зі зменшенням товщини мастила h. Тому для граничного випадку дуже тонкого шару  $h \to 0$  деформація  $\varepsilon_{el} \to \infty$ . При цьому в розкладанні (2.9) визначальним стає другий доданок, а стаціонарне значення параметра порядку дорівнює нулю, отже мастило рідиноподібне, як і в роботі [45]. Детальне вивчення впливу товщини мастила на режими тертя проводилось в роботах [112, 113].

Використовучи (2.15) і (2.20), визначимо критичну швидкість зсуву, при якій мастило плавиться:

$$V_{c0} = \frac{h}{\tau_{\varepsilon}} \sqrt{\frac{2\alpha (T_c - T)}{a}}.$$
(2.21)

Останній вираз може бути переписаний як

$$T_{c0} = T_c - \frac{a}{2\alpha} \left(\frac{\tau_{\varepsilon} V}{h}\right)^2.$$
(2.22)

де  $T_{c0}$  – температура плавлення мастила, яка також знаходиться за формулою (2.11).

#### 2.2.1. Сила тертя

Підставивши (2.4) і (2.8) в (2.3), отримаємо остаточний вираз для сили тертя [50, 109, 110, 114]:

$$F = \left[\sigma_{el} + k \operatorname{sgn}(V) \left(\frac{V}{h}\right)^{\gamma+1}\right] A, \qquad (2.23)$$

де для врахування напряму дії сили введено знакову функцію, яку визначимо наступним чином:

$$sgn(V) = \begin{cases} 1, & V \ge 0, \\ -1, & V < 0. \end{cases}$$
(2.24)

Перший доданок в (2.23) подає пружну компоненту сили тертя, другий – в'язку, яка зростає зі швидкістю. Таким чином, сила тертя залежить від швидкості руху блока V і пружних напружень  $\sigma_{el}$ , які виникають в мастилі.

Дослідимо бульш детально пружну складову напружень. З умови  $\partial \sigma_{el} / \partial \varepsilon_{el} = 0$  визначимошвидкість, при якій вона досягає свого максимального значення [46]:

$$V^* = \frac{h}{\tau_{\varepsilon}} \sqrt{\frac{2\alpha (T_c - T)}{3a}}.$$
 (2.25)

При цьому відповідне максимальне значення  $\sigma_{el}$  дорівнює [46]

$$\sigma_{el}^{*} = \frac{2\sqrt{a}}{b} \left(\frac{2}{3}\alpha \left(T_{c} - T\right)\right)^{3/2}.$$
 (2.26)

Отже, напруження  $\sigma_{el}$  зі зростанням швидкості V збільшуються, досягають максимального значення (2.26) в точці V\*, а далі зменшуються і при перевищенні критичного значення  $V_{c0}$  дорівнюють нулю. З подальшим зростанням швидкості зсуву відмінною від нуля лишається лише в'язка складова напружень  $\sigma_{v}$ .

Залежність повної сили тертя *F* (2.23) від температури мастила *T* та швидкості зсуву *V* представлена на рис. 2.4. Дані залежності якісно співпадають з подібними залежностями, представленими на рис. 1.14, 1.7, 1.10 та узагальнюють їх. Штрихові криві відповідають рідиноподібній структурі мастила, суцільні – твердоподібній.



Рис. 2.4. Залежність сили тертя *F* (2.23) від температури мастила *T* і швидкості зсуву *V* при параметрах рис. 2.2 і  $\gamma = -2/3$ ,  $A = 0,6 \ 10^{-9} \ \text{m}^2$ ,  $k = 5 \cdot 10^4 \, \Pi \text{a·c}^{1/3}$ ,  $\tau_{\varepsilon} = 10^{-8} \text{ c}$ ,  $h = 10^{-9} \text{ m}$ :  $a - \text{криві} \ V_{1-4}$  відповідають сталим швидкостям зсуву 400, 677, 900, 1200 нм/с;  $\delta$  – криві  $T_{1-3}$  відповідають фіксованим значенням температури 230, 260, 300 К, відповідно

При фіксованому значенні V (рис. 2.4, *a*), оскільки температура T входить до (2.16) в першому степені, маємо лінійну залежність сили тертя від температури. Як можна бачити з кривої 1, що побудована при значенні V<sub>1</sub>, сила тертя зменшується з ростом температури і при перевищенні критичного значення  $T_{c0}$  (2.22) мастило плавиться, а пружна складова напружень стає рівною нулю. Далі сила тертя має лише в'язку складову (другий доданок у дужках у формулі (2.23)). Крива 2 на рис. 2.4, *а* побудована при швидкості  $V_2 \approx V^*/T = 0$ . Тут ми бачимо максимальне значення сили F при T = 0 щодо інших наведених кривих. З рисунка видно, що зі збільшенням швидкості зсуву мастило плавиться при менших температурах T, що випливає з виразу (2.22). Четверта крива на рис. 2.4 побудована при швидкості  $V_4 > V_{c0}/T = 0$ , коли мастило при будь-якій температурі має рідиноподібну структуру. З подальшим зростанням V сила тертя не залежить від T, оскільки в рамках цієї моделі враховується залежність ефективної в'язкості лише від швидкості зсуву.

На рис. 2.4, б зображено залежність сили тертя від швидкості при фіксованій температурі *T*. Тут, відповідно до (2.23), на початковому етапі сила *F* збільшується за рахунок зростання пружної та в'язкої компонент напружень. При перевищенні швидкістю значення  $V^*$  (2.25) пружна компонента напружень  $\sigma_{el}$  спадає, а  $\sigma_v$  продовжує зростати. При швидкості  $V > V_{c0}$  мастило рідиноподібне, тому подальше збільшення сили *F* здійснюється лише за рахунок зростання в'язких напружень (другий доданок у формулі (2.23)). При вищій температурі мастила (крива 2) відповідно до (2.26) зменшується максимальне значеня сили тертя. Якщо температура  $T > T_c$ , змащувальний матеріал рідиноподібний при будь-яких швидкостях *V*, і сила тертя має лише в'язку компоненту. Зазначимо, що після плавлення значення сили тертя для всіх температур збігаються, оскільки у цьому випадку *F* не залежить від *T*. У більш загальному випадку необхідно враховувати залежність ефективної в'язкості мастила не лише від швидкості, а й від температури [105], тоді ці криві після плавлення не збігатимуться.



Рис. 2.5. Тривимірна залежність сили тертя F(V, T) (2.23) при параметрах рис. 2.4

Криві, зображені на рис. 2.4, не здатні відобразити повну картину тертя, оскільки вони є лише зрізом тривимірної поверхні площинами V = const та T = const. На рис. 2.5 додатково наведено тривимірну залежність F(V, T) від обох керуючих параметрів.

#### 2.2.2. Кінетика плавлення та переривчастий режим

Зміни температури мастила *T* і деформації  $\varepsilon_{el}$  спричиняють зміну параметра порядку  $\varphi$ , який задає вільну енергію *f* (2.9) згідно зі степеневим розкладанням в ряд [115]. Час встановлення нового стаціонарного значення  $\varphi_0$ , визначається узагальненою термодинамічною силою  $-\partial f/\partial \varphi$ . Якщо  $\varphi \approx \varphi^+$ , ця сила мала і процес релаксації описується лінійним кінетичним рівнянням Ландау- Халатнікова [116]:

$$\dot{\varphi} = -\delta \frac{\partial f}{\partial \varphi}, \qquad (2.27)$$

де  $\delta$  – кінетичний коефіцієнт, який характеризує інерційні властивості системи.

Підставляючи в (2.27) енергію (2.9), отримаємо рівняння у явному вигляді

$$\dot{\varphi} = -\delta \left( 2\alpha \left( T - T_c \right) \varphi + a\varphi \varepsilon_{el}^2 + b\varphi^3 \right) + \xi(t).$$
(2.28)

У рівнянні (2.28) враховано доданок, що подає малі адитивні флуктуації типу білого шуму з моментами

$$\langle \xi(t) \rangle = 0; \quad \langle \xi(t) \xi(t') \rangle = 2D\delta(t-t'),$$
(2.29)

де *D* – інтенсивність стохастичного джерела.

Інтенсивність флуктуацій обирається настільки малою, що вони не впливають на детерміністичну поведінку системи, але їх введення є необхідним, оскільки при подальшому числовому розрахунку корінь рівняння (2.28)  $\varphi_0 = 0$ , відповідаючий максимуму потенціалу  $f(\varphi)$ , тобто нестійкому

стаціонарному стану, згідно зі структурою рівняння є стійким. З введенням  $\xi(t)$  в описаній ситуації система з нестійкого стану перейде в стійкий, який відповідає мінімуму енергії. Таким чином, флуктуації враховуються через особливості подальшого числового розрахунку. Використання метода Ойлера-Кромера для числового розв'язання рівняння дає ітераційну процедуру вигляду [109, 110]

$$\varphi_2 = \varphi_1 - \delta \Big( 2\alpha \big( T - T_c \big) \varphi_1 + a \varphi_1 \varepsilon_{el}^2 + b \varphi_1^3 \Big) \Delta t + \sqrt{\Delta t} W_n, \qquad (2.30)$$

де  $\Delta t$ -крок інтегрування за часом,

*W<sub>n</sub>* – випадкова сила, яка визначається функцією Бокса-Мюллера [117]:

$$W_n = \sqrt{2D} \sqrt{-2\ln r_1} \cos(2\pi r_2), \ r_i \in (0,1],$$
(2.31)

де *r*<sub>1</sub>, *r*<sub>2</sub> – псевдовипадкові числа з рівномірним розподілом.

Далі інтенсивність флуктуацій обирається рівною  $D = 10^{-25} c^{-1}$ .

Динамічні характеристики будь-якої трибологічної системи визначаються її властивостями в цілому. Наприклад, в ситуації, що показана на рис. 2.1, поведінка системи суттєво залежить від коефіцієнта жорсткості пружини K і маси блока M. На відміну від руху зі сталими пружними деформаціями, у такій трибологічній системі в процесі тертя можлива реалізація переривчастого (stick-slip) режиму руху [8, 11, 54, 118]. Указаний режим встановлюється за рахунок того, що мастило в процесі руху періодично плавиться і твердне, що призводить до осцилюючого характеру сили тертя F.

Для отримання часових залежностей параметрів системи необхідно розв'язувати спільно рівняння (2.1), (2.28), враховуючи зв'язок  $\dot{X} = V$ . При цьому натягнення пружини  $\Delta X$  визначається з (2.2), сила тертя F - 3 (2.23), а пружні напруження  $\sigma_{el} - 3$  (2.12), (2.20). Для чисельного розв'язання обираємо крок інтегрування за часом  $\Delta t = 10^{-8}$  с, початкове значення параметра порядку  $\varphi_0 = 0,5$  та інтенсивність стохастичного джерела  $D = 10^{-25}$  с<sup>-1</sup>.

Результат розрахунків представлений на рис. 2.6.



Рис. 2.6. Залежності повної сили тертя *F* (2.23), швидкості руху *V*, координати верхнього блока *X*, довжини розтягнення пружини  $\Delta X$  та пружних напружень  $\sigma_{el}$  від часу *t* при параметрах рис. 2.4 і M = 0,4 кг, K = 650 H/м,  $\delta = 100$  Дж<sup>-1</sup>·м<sup>3</sup>/с, T = 260 K,  $V_0 = 300$  нм/с.

При обраних параметрах у стані спокою матило твердоподібне, оскільки при  $\varepsilon_{el} = 0$  виконується умова  $T < T_{c0}$ . У момент часу t = 0 правий кінець пружини починає рух зі сталою швидкістю V<sub>0</sub>, при цьому сам блок також приводиться в рух, але його швидкість менша за швидкість зовнішнього приводу *V* < *V*<sub>0</sub>, оскільки пружина розтягується. Між поверхнями виникає сила тертя F, яка збільшується за рахунок зростання обох складових напружень. Згідно з рисунком натягнення пружини монотонно збільшується, а швидкість V зростає. При виконанні умови V > V<sub>c0</sub> мастило плавиться, пружні напруження стають рівними нулю  $\sigma_{el} = 0$ , за рахунок чого *F* різко зменшується. При цьому пружина стискується, а швидкість блоку стрімко збільшується. Відповідно, збільшуються в'язкі напруження, тому відбувається подальше зростання сили тертя (рис. 2.7, в). Певний час виконується умова  $V > V_0$  (рис. 2.7, б та вставка до нього), тому натягнення пружини  $\Delta X$  продовжує зменшуватись, що є причиною зменшення швидкості блока V. І згодом настає момент V < V<sub>c0</sub>, а мастило при цьому твердне. Відтак відбувається пікоподібне збільшення сили тертя F (див. вставку до рис. 2.7, в), оскільки пружні напруження різко приймають ненульові значення (рис. 2.7, г). При цьому на залежності V(t) проглядається різке зменшення швидкості блока. Оскільки тепер мастило

твердоподібне, а значення V мале, пружина знову розтягується. Такий періодичний режим часто спостерігається в експериментах з межового тертя [11, 103, 119] і отримав назву stick-slip режим [1].



Рис. 2.7. Збільшені фрагменти залежностей, зображених на рис. 2.6. На вставках до рисунків зображені збільшені області відповідних залежностей

Залежності, отримані в результаті розрахнку якісно співпадають з експериментальними даними та резльтатами методу молекулярної динаміки (див рис. 1.2, 1.3, 1.13). Парметри розкладання вільної енергії описують певну геометрію поверхонь, кількість шарів мастила, орієнтацію атомарної гратки відносно напрямку зсуву і т.д. Для кількісного співпадіння результатів необхідно проводити додаткові експерименти для визначення даних параметрів.

#### 2.2.3. Аналіз впливу зміни керуючих параметрів

Зазначимо, що при малих швидкостях зсуву V та низьких температурах реалізується режим сухого тертя, оскільки структура мастила завжди твердоподібна. З перевищеням швидкістю (або температурою) критичного значення  $V_{c0}$  ( $T_{c0}$ ) мастило плавиться і встановлюється режим рідинного тертя. Наявність пружини між зовнішнім приводом та блоком суттєво змінює таку картину тертя, оскільки  $V_0$  не задає однозначно значення V. Реалізація різних режимів показана на рис. 2.8. На рис. 2.8, *а* при швидкості зсуву  $V_{01} = 250$  нм/с в системі встановлюється режим сухого тертя, коли сила F досягає певного значення, яке потім не змінюється. Це значення можна визначити з рис. 2.5, оскільки в такому стаціонарному режимі швидкість блока V = const. Зі збільшенням швидкості до значення  $V_{02}$  установлюється переривчастий рух, при якому значення сили тертя періодично змінюються. З подальшим збільшенням швидкості до значення  $V_{03}$  мастило приймає рідиноподібну структуру (SF режим).



Рис. 2.8. Залежність сили тертя F (2.23) від часу t при параметрах рис. 2.6 і швидкостях  $V_{01} = 250$ ,  $V_{02} = 350$ ,  $V_{03} = 450$  нм/с: a – відповідає температурі мастила  $T_1 = 250$  K,  $\delta - T_2 = 280$  K

Підвищення температури в системі також критичним чином впливає на режими тертя. Рис. 2.8,  $\epsilon$  побудований при вищій температурі, але при тих самих швидкостях  $V_0$ . З рисунка видно, що після плавлення мастило вже не твердне, хоча при меншій температурі цій швидкості відповідає режим сухого тертя DF (рис. 2.8, a). Із подальшим підвищенням швидкості мастило залишається рідиноподібним. Зазначимо, що подібна залежність сили тертя від часу при різних значеннях температури спостерігалась в роботі [79] (див рис. 1.4) та для плавлення мастила при фазовому переході першого роду [120].

На рис. 2.9 зображені залежності максимальних значень сили тертя F, а також пружних  $\sigma_{el}$  та в'язких  $\sigma_v$  напружень від швидкості руху вільного кінця пружини. У режимах сухого DF, переривчастого SS і рідинного SF тертя залежність F(t) (2.23) подібна до відповідних залежностей, зображених на рис. 2.8. При обраній температурі й малих швидкостях руху зовнішнього

приводу в системі реалізується режим сухого тертя DF. Зі збільшенням швидкості  $V_0$  зростає величина натягу пружини  $\Delta X$  і настає момент, коли поведінка системи стає подібною до тієї, яка зображена на рис. 2.6 та рис. 2.7. Ця ситуація відповідає реалізації в системі переривчастого (stick-slip) режиму руху. Оскільки при цьому відбувається періодичне плавлення/тверднення мастила, швидкість блока під час руху змінюється на кілька порядків, і максимальне значення в'язкої компоненти напружень зростає (рис. 2.9, e) у порівнянні із сухим тертям DF.



Рис. 2.9. Залежності максимальних значень сили тертя F (2.23), пружних  $\sigma_{el,max}$  і в'язких  $\sigma_{v,max}$  напружень від швидкості зсуву  $V_0$  при параметрах рис. 2.6, у тому числі і при температурі T = 260 К

Пружні напруження зі збільшенням  $V_0$  досягають своїх максимальних значень  $\sigma_{el}^*$  (2.26). Із подальшим зростанням  $V_0$  наступає момент, коли мінімальна швидкість  $V_{\min} > V_{c0}$  і мастило вже не твердне. Ця ситуація відповідає режиму рідиноподібного тертя *SF*.

### 2.3. Фазовий перехід першого роду

Густина вільної енергії для ультатонкого шару мастила в однорідному випадку при фазовому переході першого роду записується у вигляді [45, 46, 109, 110]:

$$f = \alpha \left( T - T_c \right) \varphi^2 + \frac{a}{2} \varphi^2 \varepsilon_{el}^2 - \frac{b}{3} \varphi^3 + \frac{c}{4} \varphi^4.$$
(2.32)

Цей вираз у порівнянні з (2.9) містить доданок третього степеня. Параметр  $\varphi$  як і в п. 2.2 дорівнює нулю в рідиноподібній фазі і набуває ненульових значеннь в твердоподібній.

Згідно з принципом мінімуму енергії система при будь-яких початкових умовах прагне зайняти стаціонарний стан, що відповідає мінімуму вільної енергії  $f(\phi)$  (2.32). Введемо функцію

$$B(\varepsilon_{el},T) = a\varepsilon_{el}^{2} + 2\alpha(T-T_{c}).$$
(2.33)

Аналіз виразу для вільної енергії (2.32) дозволяє виділити такі ситуації. При виконанні умови  $B(\varepsilon_{el}, T) \leq 0$ реалізується нульовий максимум потенціалу (2.32) і його ненульовий мінімум при  $\varphi > 0$  (крива 1 на рис. 2.10). У цьому випадку мастило твердоподібне, оскільки модуль зсуву  $\mu > 0$ . У проміжному діапазоні значень  $0 < B(\varepsilon_{el}, T) < b^2/(4c)$  нульовий максимум потенціалу перетворюється на мінімум і додатково з'являється максимум, який розділяє нульовий і ненульовий мінімуми (крива 2 на рис. 2.10, також показана у збільшеному вигляді на вставці). У цьому випадку стан мастила залежить від початкових умов і воно може перебувати як у твердоподібному, так і в рідиноподібному стані. В останньому випадку  $B(\varepsilon_{el}, T) \ge b^2/(4c)$ , що показаний кривою 3 на рис. 2.10, реалізується єдиний мінімум потенціалу при  $\varphi = 0$ , що згідно з (2.13) відповідає нульовому значенню модуля зсуву мастила і його рідиноподібній структурі.

Стаціонарні значення параметра порядку  $\varphi$  визначаються коренями рівняння  $\partial f / \partial \varphi = 0$  [109, 110]:

$$\varphi_{\mp} = \frac{b}{2c} \mp \sqrt{\left(\frac{b}{2c}\right)^2 - \left(\frac{a}{c}\varepsilon_{el}^2 + \frac{2\alpha(T - T_c)}{c}\right)},$$
(2.34)



Рис. 2.10. Залежність густини вільної енергії f(2.32) від параметра порядку  $\varphi$  при  $\alpha = 0,95$  Дж·К<sup>-1</sup>/м<sup>3</sup>,  $T_c = 290$  K, a = 4 10<sup>12</sup> Па, b = 230 Дж/м<sup>3</sup>, c = 850 Дж/м<sup>3</sup> та пружних деформаціях  $\varepsilon_{el} = 2.1$  10<sup>-6</sup>. Криві 1 – 3 відповідають температурам T = 265, 286 і 300 К.

де  $\varphi_{-}$  описує нестійкий стаціонарний стан, оскільки відповідає максимуму потенціалу (2.32);

 $\varphi_+$  – описує стійкий стан, що відповідає мінімуму потенціалу.

Додатково до умови (2.34) завжди існує стаціонарний розв'язок  $\varphi_0 = 0$ , який відповідає екстремуму потенціалу (2.32) при нульовому значенні параметра порядку, причому це може бути як максимум, так і мінімум потенціалу. Згідно з (2.34) плавлення мастила може здійснюватися як за рахунок підвищення температури *T*, так і при зростанні зсувної компоненти пружної деформації  $\varepsilon_{el}$ .

Як вже зазначалося вище, при малих значеннях температури T і деформації  $\varepsilon_{el}$ , коли функція  $B(\varepsilon_{el}, T) \leq 0$ , мастило твердоподібне, оскільки згідно з (2.34) реалізується відмінне від нуля стаціонарне значення параметра  $\varphi$ , і згідно з (2.13) модуль зсуву  $\mu$  також не дорівнює нулю. У цьому випадку потенціал має єдиний мінімум при  $\varphi > 0$ . При перевищенні температурою T критичної величини

$$T_{c0} = T_c - \frac{a}{2\alpha}\varepsilon_{el}^2 + \frac{b^2}{8\alpha c}$$
(2.35)

параметр порядку стрибкоподібно змінюється до нульового значення з переходом мастила в рідиноподібний стан, у якому потенціал  $f(\varphi)$  має єдиний нульовий мінімум [109, 110]. Якщо після вказаного переходу знижувати *T*, мастило твердне за механізмом фазового перетворення першого роду при меншому значенні температури

$$T_{c0} = T_c - \frac{a}{2\alpha} \varepsilon_{el}^2$$
(2.36)

і параметр порядку  $\varphi$  знову стає ненульовим. У проміжній області температур  $T_c^{\ 0} < T < T_{c0}$  потенціал характеризується двома мінімумами при додатніх  $\varphi$ .

Таким чином, залежність  $\varphi(T)$  має гістерезисний характер [109, 110] і відповідає фазовому переходу першого роду. Вираз (2.36) подає фізичний зміст критичної температури  $T_c$  – це температура тверднення мастила при нульових деформаціях, коли в системі наявний лише механізм термодинамічного плавлення.

Співвідношення (2.35) та (2.36) із урахуванням виразу (2.20) можна переписати в залежності від відносної швидкості руху блока V, а не від деформації  $\varepsilon_{el}$ . Вони набувають вигляду:

$$T_{c0} = T_c - \frac{a}{2\alpha} \left(\frac{\tau_{\varepsilon} V}{h}\right)^2 + \frac{b^2}{8\alpha c},$$
(2.37)

$$T_{c0} = T_c - \frac{a}{2\alpha} \left(\frac{\tau_{\varepsilon} V}{h}\right)^2.$$
(2.38)

З виразів (2.37) та(2.38) легко визначити ширину гістерезису за температурою

$$\Delta T = T_{c0} - T_c^0 = \frac{b^2}{8\alpha c},$$
(2.39)

яка залежить від лише сталих розвинення (2.32).

Із виразу (2.35) слідує, що мастило плавиться не лише з підвищенням температури, а також при зовнішній механічій дії, коли пружна компонента зсувної деформації перевищує критичне значення

$$\varepsilon_{el,c0} = \sqrt{\frac{2\alpha \left(T_c - T\right)}{a} + \frac{b^2}{4ac}}.$$
(2.40)

З формули (2.36) визначимо пружну деформацію  $\varepsilon_{el}$ , при якій мастило твердне

$$\varepsilon_{el,c0} = \sqrt{\frac{2\alpha (T_c - T)}{a}}.$$
(2.41)

Зазначимо, що згідно зі співвідношенням (2.40) плавлення може відбуватися навіть при нульовій температурі T = 0, якщо деформація перевищує критичне значення. При нульовій деформації  $\varepsilon_{el} = 0$  мастило плавиться, коли його температура перевищує критичне значення  $T_{c0}$  (2.37).

Аналогічним чином можна записати вирази для критичних швидкостей зсуву: при перевищенні швидкістю зсуву величини

$$V_{c0} = \frac{h}{\tau_{\varepsilon}} \sqrt{\frac{2\alpha (T_c - T)}{a} + \frac{b^2}{4ac}}$$
(2.43)

відбувається плавлення мастила, а твердне воно, коли V стає менше значення

$$V_{c0} = \frac{h}{\tau_{\varepsilon}} \sqrt{\frac{2\alpha (T_c - T)}{a}}.$$
(2.44)

Відмінність від (2.39) тут полягає в тому, що ширина гістерезису за швидкістю  $\Delta V = V_{c0} - V_c^0$  з ростом температури збільшується. Швидкість і температура по-різному впливають на ширину гістерезису, оскільки температура *T* входить в потенціал (2.32) в першому степені, а зсувна пружна деформація  $\varepsilon_{el}$  (відповідно і швидкість *V*) – в другому.

# 2.3.1. Переривчастий режим при підвищенні температури та швидкості зсуву

Для подальшого дослідження кінетики системи скористаємось релаксаційним рівнянням Ландау-Халатнікова (2.27). Як і у випадку для фазового переходу другого роду підставимо енергію (2.32) в рівнняння (2.27), тоді воно набуває явного вигляду (пор. з (2.28)):

$$\dot{\varphi} = -\delta \Big( 2\alpha \Big( T - T_c \Big) \varphi + a\varphi \varepsilon_{el}^2 - b\varphi^2 + c\varphi^3 \Big) + \xi(t).$$
(2.44)

А ітераційна процедура запишеться у формі (пор. з (2.30)):

$$\varphi_2 = \varphi_1 - \delta \Big( 2\alpha \big( T - T_c \big) \varphi_1 + a\varphi_1 \varepsilon_{el}^2 - b\varphi_1^2 + c\varphi_1^3 \Big) \Delta t + \sqrt{\Delta t} W_n, \qquad (2.45)$$

де  $W_n$  – функція Бокса-Мюллера (2.31).

Результат розрахунків часової еволюції параметрів системи представлений на рис. 2.11. Ці залежності отримані з чисельного розв'язку системи рівнянь (2.1), (2.44), з урахуванням зв'язку  $\dot{X} = V$ .



Рис. 2.11. Залежності координати блока *X*, довжини розтягнення пружини  $\Delta X$ , швидкості блока *V*, повної сили тертя *F* (2.23), пружних  $\sigma_{el}$  від часу *t* для параметрів рис. 2.10 і  $h = 10^{-9}$  м,  $\tau_{\varepsilon} = 10^{-8}$  с,  $\gamma = -2/3$ ,  $A = 0.6 \cdot 10^{-9}$  м<sup>2</sup>,  $k = 5 \cdot 10^4 \, \Pi a \cdot c^{1/3}$ ,  $\delta = 100 \, \text{Дж}^{-1} \cdot \text{м}^3$ /с,  $M = -0.4 \, \text{кг}$ ,  $K = 1000 \, \text{H/m}$ ,  $T = 215 \, \text{K}$ ,  $V_0 = 600 \, \text{нм/c}$ .

Як і для фазового переходу другого роду, натягнення пружини  $\Delta X$  визначається з (2.2), сила тертя F – з (2.23), а пружні напруження  $\sigma_{el}$  – з (2.12), (2.20).

У цілому поведінка системи подібна до зображеної на рис. 2.6. Але варто відмітити, що при обраних параметрах натягнення пружини  $\Delta X$  приймає настільки великі значення, що після плавлення мастила блок проковзує на значну відстань. Це приводить до стискання пружини  $\Delta X < 0$  [11, 121], після чого блок рухається в протилежному напрямку – пружина випрямляється. З підвищенням температури такий ефект спостерігається до значення  $T \approx 224$  К. З перевищенням цієї величини поведінка системи така сама як і на рис. 2.6. Як ы у випадку фазового переходу 2 роду ддані залежності якісно співпадають з результатами, представленими на рис. 1.2, 1.3 та 1.13.

Дослідимо вплив температруи *T* та швидкості *V* на перервчастий режим руху. На рис. 2.12, *а* зображено залежність сили тертя *F* від часу *t* при збільшенні температури *T* для фіксованої швидкості зсуву *V* = 600 нм/с. На першій ділянці температура  $T_0^c < T < T_{c0}$  відповідає ситуації, зображеній на рис. 2.11, тут спостерігається stick-slip режим. На наступній ділянці температура підвищується до значення  $T_2 = 240$  K і стає більше температури плавлення  $T_{c0} \approx 222,4$  K. Але повного плавлення мастила не спостерігається.



Рис. 2.12. Залежності сили тертя F (2.23) від часу t при збільшенні температури T (a) та швидкості зсуву V ( $\delta$ ) при параметрах рис. 2.11: a відповідає значенням  $V_0 = 600$  нм/с,  $T_1 = 215$ ,  $T_2 = 240$ ,  $T_3 = 260$  K,  $\delta - T = 260$  K,  $V_{01} = 300$ ,  $V_{02} = 400$ ,  $V_{03} = 500$  нм/с

Відмітимо, що підвищення температури T приводить до зростання частоти фазових переходів [11]. З подальшим підвищенням температури до  $T_3 = 260$  К мастило після плавлення має рідиноподібну структуру і в системі встановлюєтся режим рдінного тертя SF. Експериментальне підтвердження зменшення максимального значення сили тертя F при зростання T приведено на рис. 1.7 [80].

Вплив зростання швидкості зсуву V при сталій температурі T = 260 К зображено на рис. 2.12, б. При швидкості зсуву  $V_{01} = 300$  нм/с  $< V_c^0$  $(V_c^0 (T = 260) \approx 377,5$  нм/с) спостерігається stick-slip режим, при збільшенні швидкості до значенн  $V_c^0 < V_2 < V_{c0}$  після плавлення в системі встановлюється режим рідинного тертя SF, оскільки  $\sigma_{el} = 0$ . З подальшим підвищенням швидкості до  $V_3 = 500$  нм/с блок продовжує рівномірне ковзання, але значення F зростає за рахунок збільшення в'язких напружень  $\sigma_v$ . Детально причини такої поведінки описані далі. Варто відмітити, що за реалізації переривчастого режиму тертя при  $V < V_c^0$  в системі спостерігається підвищення частоти фазових переходів та зменшення максимального значення сили тертя F при збільшенні швидкості  $V_0$ , цей факт підтверджують ряд експериментальних робіт [8, 11, 12, 82, 121].

Дослідимо поведінку системи при неперервному збільшенні швидкості зовнішнього приводу  $V_0$  із фіксованим прискоренням  $a_{ac}$ . На рис. 2.13 суцільною лінією зображена залежність швидкості верхнього блока V від часу при температурі T = 220 К. Штриховою лінією на рисунку показана часова залежність швидкості зовнішнього приводу  $V_0(t) = a_{ac}t$ . Зі збільшенням швидкості  $V_0$  збільшується і швидкість V, але повільніше, оскільки зі збільшенням V зростає сила тертя F, і пружина розтягується (збільшується  $\Delta X$ ). При досягненні блоком швидкості  $V_{c0}$  мастило починає плавитися, за рахунок чого швидкість блока V стрімко зростає. При цьому зменшується величина розтягнення пружини  $\Delta X$ , а швидкість V стає менше значення  $V_c^0$  мастило твердне. При обраних параметрах такий процес повторюється у часі, але оскільки росте швидкість V<sub>0</sub>, збільшується частота фазових переходів [50, 110].



Рис. 2.13. Залежність швидкості руху блока V при параметрах рис. 2.11 і прискоренні  $a_{ac} = 50 \text{ нм/c}^2$ . Верхня панель відповідає температурі T = 220 K, нижня — температурі T = 260 K. Суцільною лінією зображено швидкість блока V, штриховою — швидкість зовнішнього приводу  $V_0$ .

Відмітимо, що в такому режимі існує критичне значення швидкості  $V_0$ , при перевищенні якого переривчастий режим руху переходить в кінетичний режим ковзання зі стаціонарною швидкістю  $V = V_0$ .

Критичним чином на поведінку системи впливає зміна температури *T*. Нижня панель рисунка побудована при більшому значенні температури T = 260 К. При такій температурі, оскільки вона менша за значення  $T_c^0$  (2.38), у стані спокою мастило, як і на верхній панелі рисунка, є твердоподібним. За цієї обставини поведінка системи при параметрах нижньої панелі рис. 2.13 на початковому етапі (до плавлення) якісно збігається з поведінкою, яку демонструє верхня панель рисунка. Але у випадку T = 260 К після плавлення швидкість блока після різкого збільшення і наступної релаксації не стає менше значення швидкості  $V_c^0$ , а виконання такої умови потрібно для тверднення мастила. Завдяки цьому мастило залишається рідиноподібним, а в системі встановлюється режим рідинного тертя. Оскільки швидкість  $V_0$  після плавлення продовжує монотонно зростати, і в системі наявна сила тертя F (2.23), яка зростає зі швидкістю V, далі під час руху виконується умова  $V < V_0$ .

## 2.3.2. Гістерезисна поведінка

Якщо верхній блок зсувати зі сталою швидкістю V, ширина гістерезису за температурою визначається за формулою (2.39). У випадку функціонування системи, яка зображена на рис. 2.1, при фіксованій швидкості вільного кінця пружини  $V_0$  швидкість блока V суттєво залежить від жорсткості пружини K і маси блока M. Наприклад, у випадку, показаному на рис. 2.11, можлива реалізація переривчастого (stick-slip) руху [8, 11, 50], який неможливий при V = const.

На рис. 2.14 показані залежності максимальних значень сили тертя F, пружних  $\sigma_{el}$  і в'язких напружень  $\sigma_v$  при поступовому збільшенні температури мастила T. Залежності отримані при числовому розв'язуванні системи кінетичних рівнянь, описаної в п. 2.3.1. Згідно з рисунком при малих значеннях температури T реалізується переривчастий режим руху, у якому часова залежність сили тертя F(t) має пилкоподібну форму (див. вставку A до рисунку). У цьому випадку відбуваються періодичні фазові переходи між рідиноподібною і твердоподібною структурами мастила.



Рис. 2.14. Залежності максимальних значень сили тертя  $F_{\text{max}}$ , пружних  $\sigma_{el}$  і в'язких  $\sigma_v$  напружень від температури мастила T при параметрах рис. 2.11. На панелі  $\sigma$  суцільною лінією зображені пружні напруження  $\sigma_{el}$ , штриховою – в'язкі  $\sigma_v$ . На вставці до панелі a показані часові залежності F(t), що відповідають точкам A і Б.

При збільшенні температури в переривчастому режимі максимальні значення сили тертя  $F_{\text{max}}$ , пружних  $\sigma_{el,\text{max}}$  і в'язких  $\sigma_{v,\text{max}}$  напружень зменшуються. Рисунок 2.14 побудований при швидкості вільного кінця пружини  $V_0 = 600$  нм/с. Якщо фіксувати швидкість блока V, то при значенні V = 600 нм/с кінетичний режим ковзання, якому відповідає рідиноподібна структура мастила, згідно з (2.37) наступає при температурі  $T > T_{c0} \approx 222,4$  К. На рис. 2.14 цю температуру позначено вертикальною штрих-пунктирною лінією. Але, оскільки блок і зовнішній привід з'єднані пружиною з жорсткістю K, при перевищенні температурою значення  $T_{c0}$  в системі продовжується реалізація переривчастого режиму тертя, який характеризується пилкоподібною (saw-like) часовою залежністю сили тертя F(t), як це показано на вставці на верхній панелі рис. 2.14 для точки A, побудованої при температурі T = 230 К.

Розглянемо детально поведінку, яка показана на вставці А до рис. 2.14. На початку руху мастило твердоподібне, а вільний кінець пружини починає рухатися зі швидкістю  $V_0 = 600$  нм/с. Оскільки під час руху виникає сила тертя *F* (2.23), пружина розтягується, і швидкість блока *V* зростає повільно. При перевищенні швидкістю блока критичного значення  $V_{c0}$ , яке згідно з (2.42) при температурі T = 230 К складає приблизно 569,1 нм/с, відбувається плавлення мастила. При цьому швидкість V продовжує зростати до максимального значення  $V_{\text{max}} \approx 45$  мкм/с. Завдяки цьому блок проковзує на значну відстань, а величина розтягнення пружини  $\Delta X$  швидко зменшується. Зі зменшенням  $\Delta X$ зменшується пружна сила  $K\Delta X$ , яка є причиною руху блока, тому знижується і  $V_{\cdot}$ швидкість При <u>11</u> зниженні менше критичного значення  $V_{c}^{0}(T = 230) \approx 533,9$  нм/с відбувається тверднення мастила за механізмом фазового перетворення першого роду. Швидкість при цьому продовжує знижуватися до мінімальної величини  $V_{\min} \approx 4$  нм/с. Відмітимо, що при збільшенні температури мастила Т максимальна швидкість блока  $V_{\rm max}$ зменшується, а мінімальна V<sub>min</sub> збільшується. Також з ростом температури збільшується частота піків на залежності F(t) [110]. Зокрема, при температурі T = 242 К максимальна швидкість блоку досягає величини  $V_{\text{max}} \approx 32,69$  мкм/с, а мінімальна  $V_{\text{min}} \approx 23$  нм/с. Зменшення максимальної швидкості руху блока пояснює зниження максимальних значень в'язкої компоненти напружень  $\sigma_v$  (другий доданок в дужках у формулі (2.23)), що показані штриховою лінією на рис. 2.14, *б*. Зазначимо, що на рис. 2.14 зображені не амплітуди сили тертя і напружень, а максимальні значення, що спостерігаються в додатній області. Таким чином, встановлено, що при збільшенні температури мастила *T* зменшується максимальна величина розтягнення пружини  $\Delta X$  і збільшується мінімальна швидкість руху блока. При цьому при досягненні температурою значення  $T \approx 244,6$  К (стрілка вниз на рис. 2.14, *a*) мінімальна швидкість руху блока. З подальшим збільшенням температури мастило завжди має рідиноподібну структуру.

Якщо після повного плавлення мастила і встановлення стаціонарного кінетичного режиму ковзання, у якому  $V = V_0$ , знижувати температуру, мастило затвердне при значенні температури T (стрілка вгору на рис. 2.14, a), яке значно менше за температуру, при якій відбувається повне плавлення (стрілка вниз). На вставці для точки Б до рис. 2.14, яка побудована при тій самій температурі, що й точка A, спостерігається відсутність переривчастого режиму. Причиною цього є те, що швидкість руху блока V збігається із швидкістю вільного кінця пружини  $V_0$ , яка, у свою чергу, перевищує значення  $V_0$ , що необхідне для тверднення мастила. Зі зниженням температури T менше критичної величини  $T_c^0 \approx 214,2$  K мастило твердне. У цьому випадку ширина гістерезису за температурою складає  $\Delta T \approx 30,4$  K.

Тепер розглянемо випадок, коли ми поступово збільшуємо не температуру мастила, а швидкість вільного кінця пружини  $V_0$  (див. рис. 2.15). У випадку жорсткого зчеплення із зовнішнім приводом ( $V = V_0$ ) мастило плавиться при перевищенні швидкістю критичного значення  $V_{c0} \approx 425,9$  нм/с, а твердне при швидкості  $V_c^0 \approx 377,5$  нм/с. Ці швидкості показані на рис. 2.15, *а*.



Рис. 2.15. Залежність швидкості руху блока V, сили тертя F і відношення пружних напружень до повних  $\sigma_{el}/\sigma$  при параметрах рис. 2.14 і температурі T = 260 К. Швидкість вільного кінця пружини V<sub>0</sub> на верхній панелі змінюється і позначена пунктиром, суцільної лінією зображено швидкість руху блока при твердоподібному стані мастила, штриховою – при рідиноподібному

У початковий момент часу t = 0 верхній блок перебуває у стані спокою V = 0. У момент часу t > 0 вільний кінець пружини приводиться в рух зі швидкістю  $V_0 = 320$  нм/с та прискоренням  $a_{ac} = 40$  нм/с<sup>2</sup>. Протягом часу t = 1 с швидкість V<sub>0</sub> збільшується до величини 360 нм/с, яка менше критичного значення V<sub>0</sub>. При цьому швидкість руху верхнього блока монотонно зростає, але за рахунок наявності пружини його швидкість на цьому етапі значно менше V<sub>0</sub>. Далі вільний кінець пружини деякий час рухається зі сталою швидкістю  $V_0 = 360$  нм/с (горизонтальна ділянка пунктирної залежності), а швидкість блока V зростає. Хоча  $V_0$  менша за швидкість  $V_{c0}$ , яка необхідна для плавлення, мастило з часом плавиться, оскільки за рахунок наявності пружини в системі настає ситуація  $V > V_{c0}$ . При зростанні швидкості V значення параметра порядку  $\phi$  зменшується. Для повного плавлення мастила ( $\phi = 0$ ) при перевищенні критичної швидкості V<sub>c0</sub> потрібен деякий час, оскільки система володіє інерційними властивостями, які задаються параметром  $\delta$  у рівнянні Ландау-Халатнікова (2.44). Але ми розглядаємо рідиноподібний стан, у якому модуль зсуву не завжди нульовий [8, 11, 50, 122]. Тому будемо умовно вважати, що при досягненні блоком швидкості V ≈ 890 нм/с мастило поводить себе рідиноподібним чином, оскільки параметр  $\varphi < 0,01$ , а відношення пружних напружень  $\sigma_{el}$  (перший доданок в дужках у формулі (2.23)), до повних напружень  $\sigma$  (сума обох доданків у дужках у (2.23)) складає менше 0,7%. При цьому загальна сила тертя *F* стрибкоподібно зменшується (рис. 2.15,  $\delta$  та вставка до нього), а потім починає зростати за рахунок збільшення в'язкої компоненти напружень  $\sigma_{\nu}$ , оскільки швидкість руху блока *V* після плавлення мастила стрімко збільшується (див. вставку до рис. 2.15, *a*). При цьому пружина за рахунок виконання умови  $V > V_0$  стискається. З часом швидкість блока *V* зменшується до величини менше критичної  $V_c^0$  (2.43) і мастило твердне. Таким чином, встановлюється стаціонарний режим переривчастого руху.

Далі також протягом однієї секунди збільшуємо швидкість вільного кінця пружини до значення  $V_0 = 400$  нм/с (тепер вона вже більша за величину  $V_0$ , як це можна бачити на рисунку). З рисунка слідує, що при цьому знову відбувається плавлення мастила зі збільшенням швилкості до значення V > 16 мкм/с (див. вставку до рис. 2.15, a). Після відповідного стискання пружини швидкість блока V знижується до величини V<sub>0</sub>, але оскільки тепер V<sub>0</sub> < V<sub>0</sub>, тверднення мастила не спостерігається. З подальшим підвищенням швидкості вільного кінця пружини V<sub>0</sub> в системі реалізується кінетичний режим рідинного тертя. Якщо тепер знижувати швидкість V<sub>0</sub>, мастило твердне при виконанні умови V < V<sub>c</sub><sup>0</sup>. Оскільки в режимі рідинного тертя в стаціонарному випадку реалізується ситуація  $V = V_0$ , при дуже повільному зменшенні швидкості  $V_0$  мастило фактично твердне, коли  $V < V_c^0$ . Таким чином, через наявність пружини при обраних параметрах гістерезис за швидкістю відсутній, оскільки при переривчастому режимі тертя швидкість блока може змінюватися на кілька порядків. При цьому при перевищенні швидкістю зовнішнього приводу критичного значення  $V_0$  швидкість блока стає більше  $V_{c0}$  з подальшим плавленням мастила. На описані особливості поведінки критичним чином впливає значення прискорення  $a_{ac}$ . Слід очікувати, що при  $a_{ac} \rightarrow 0$  при збільшенні швидкості від нуля гістерезис за швидкістю  $\Delta V$  буде спостерігатись.

оскільки в такому випадку в твердоподібному стані мастила в кожен момент часу можна вважати, що швидкість вільного кінця пружини  $V_0$  збігається зі значенням швидкості блока V, що еквівалентно з'єднанню верхнього блока із рушійним пристроєм за допомогою жорсткого зчеплення [123].

## 2.4. Трибологічна система при періодичному зовнішньому впливі

В апараті поверхневих сил – SFA одна з тертьових поверхонь є нерухомою, а інша приводиться в періодичний рух. Під час руху вимірюються зсувні напруження, ефективна в'язкість мастила, визначається його структура, тощо. У даному підрозділі розглянемо ще одни спрощений механічний аналог SFA, наведений на рис. 2.16. Подібні сисеми також дозволяють вивчати зношування поверхонь при довготривалій роботі в stick-slip режимі [29,30]. Тут дві пружини з коефіцієнтами жорсткості К зв'язані з блоком маси М, який знаходиться на роликах, тертям кочення яких в подальшому нехтуємо. На вказаному блоці знаходиться інший блок, який приводиться в періодичний рух за допомогою зовнішніх сил. За наявності сил взаємодії між поверхнями двох блоків рух верхнього приводить до руху нижнього, траєкторія якого суттєво залежить від режиму тертя, що встановлюється в системі. Подібна трибологічна система експериментально досліджувалася в роботах [12, 81]. Зазначимо, що на відміну від SFA, обидва блоки є рухомими, що дозволяє отримувати часові залежності координат та швидкостей блоків, і при їх аналізі визначати реологічні та трибологічні характеристики системи.



Рис. 2.16. Схема трибологічної системи

Нехай X,  $V = \dot{X}$  – координата і швидкість верхнього блок, x,  $v = \dot{x}$  – координата і швидкість нижнього. Розглянемо випадок, коли верхній блок приводиться в рух циклічним законом

$$X = X_m \cos \omega t, \qquad (2.46)$$

$$V = -X_m \omega \sin \omega t, \qquad (2.47)$$

де Х<sub>т</sub> – амплітуда,

ω – циклічна частота.

Запишемо рівняння руху нижнього блока у вигляді [12]

$$M\ddot{x} + 2Kx - F = 0, (2.48)$$

де *F* – сила тертя, що виникає між блоками при їх взаємному русі.

Оскільки відносна швидкість руху блоків тепер визначається величиною (V – v), перепишемо швидкість деформації (2.7) у вигляді:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{V - v}{h}.\tag{2.49}$$

В'язкі напруження (2.8) набувають вигляду

$$\sigma_{v} = k \left(\frac{V-v}{h}\right)^{v+1}, \qquad (2.50)$$

а стаціонарне значення деформації (2.20) приймає форму

$$\varepsilon_{el}^{0} = \frac{\left(V - v\right)\tau_{\varepsilon}}{h}.$$
(2.51)

Підставивши (2.4) і (2.50) в (2.3), отримуємо остаточний вираз для сили тертя [55, 73, 120]:

$$F = \left[\sigma_{el} + k \operatorname{sgn}\left(V - v\right) \left(\frac{|V - v|}{h}\right)^{\gamma + 1}\right] A.$$
(2.52)

Для вивчення динамічних властивостей трибологічної системи, зображеної на рис. 2.16 необхідно чисельно розв'язувати нову систему кінетичних рівнянь (2.48), (2.44), визначаючи силу тертя *F* із (2.52), (2.24), пружні напруження  $\sigma_{el}$  – згідно з (2.12), а значення деформації  $\varepsilon_{el}$  – зі співвідношення (2.51). При цьому необхідно враховувати зв'язок  $\dot{x} = v$  і визначення (2.46), (2.47). Далі при числовому розв'язанні диференціальних рівнянь застосовується метод Ойлера із кроком інтегрування за часом  $\Delta t = 10^{-10}$  с.

Результат розв'язку вказаних рівнянь показаний на рис. 2.17 (пор. з рис. 1.8). На рис. 2.17, *a*, *б* штриховою лінією показана залежність координати X(t) (2.46) та швидкості V(t) (2.47) верхнього блока, а суцільною – координата x(t) та швидкість v(t) нижнього, які мають більш складний вигляд.



Рис. 2.17. Залежності координат *X*, *x*, швидкостей *V*, *v*, пружних напружень  $\sigma_{el}$  і сили тертя *F* (2.52) від часу *t* при параметрах рис. 2.11 і T = 200 K,  $X_m = 0.8 \ 10^{-6}$  м,  $\omega = 10$  рад/с, K = 3000 H/м

Також на рисунку показані залежності швидкостей блоків від часу, пружні напруження зсуву  $\sigma_{el}$  (2.12), які виникають в мастилі, і повна сила тертя *F* (2.52). Розглянемо ці залежності більш детально. У початковий момент часу t = 0 блоки нерухомі, а мастило твердоподібне, оскільки залежності побудовані при температурі мастила T, яка менша за критичну  $T_c^0$  (2.38), а в стані спокою  $\varepsilon_{el} = 0$ . При t > 0 верхній блок починає рух, і його швидкість при цьому збільшується згідно з (2.47). Оскільки мастило твердоподібне, сила тертя *F* має в'язку і пружну компоненти, і нижній блок рухається разом з верхнім, але під час його руху збільшується абсолютне значення пружної сили 2Kx, яка перешкоджає руху нижнього блока, і тому швидкість *v* росте не так стрімко, як V. При цьому із часом збільшується відносна швидкість зсуву поверхонь блоків (V - v), і відповідно до (2.51) росте значення пружної деформації  $\varepsilon_{el}$ . З часом настає момент, коли виконується умова  $\varepsilon_{el} > \varepsilon_{el,c0}$  (2.40), і мастило при цьому плавиться за механізмом «зсувного плавлення». При цьому сила тертя суттєво зменшується, оскільки напруження стають нульовими, тому нижній блок проковзує на значну відстань за рахунок пружної сили, що створюється стиснутою і розтягнутою пружинами. Тому відносна швидкість зсуву зменшується, і при виконанні умови  $\varepsilon_{el} < \varepsilon_{el,c}^0$  (2.41) мастило знову набуває твердоподібної структури. Розглянутий процес періодичний у часі. Варто відмітити, що подібні залежності F(t) спостерігались експериментально [82] рис. 1.18.

На рис. 2.18 додатково наведені часові залежності відносного зміщення блоків і їх відносної швидкості. Тут моменти часу, коли відбувається «прилипання» поверхонь, відносне зміщення (X - x) залишається сталим, а відносна швидкість зсуву (V - v) близька до нульового значення (при цьому на



Рис. 2.18. Залежності відносного зміщення (X - x) і відносної швидкості (V - v) блоків від часу t, що відповідають параметрам рис. 2.17

рис. 2.17 залежності V(t) і v(t) візуально співпадають). Таким чином, реалізується періодичний переривчастий режим руху (stick-slip), який також характерний для сухого тертя без мастила [9, 124, 125]. При вибраних параметрах за один повний період блоки 4 рази «прилипають» один до одного по 2 рази під час руху в кожному з напрямків, причому отримані залежності симетричні відносно напряму руху. Проте в залежності від параметрів системи можлива реалізація різних ситуацій.

Фазові портрети системи при параметрах рис. 2.17 і різних значеннях циклічної частоти  $\omega$  представлені на рис. 2.19. Причому кінетичні залежності, що наведені на рис. 2.17, повністю відповідають фазовому портрету на рис. 2.19, *a*, оскільки вони побудовані для однакових значень частоти  $\omega$ . Важливо зазначити той факт, що фазові портрети на рис. 2.19, *a* і 2.19, *e* симетричні відносно початку координат, а фазові портрети на рис. 2.19, *b* і 2.19, *c*, демонструють ситуацію, коли рух верхньої поверхні тертя в обох напрямках не однаково впливає на переміщення нижньої.



Рис. 2.19. Фазові портрети системи при параметрах на рис. 2.17 і значеннях циклічної частоти:  $a - \omega = 10, \delta - 15, s - 32, c - 38$  рад/с

Такий випадок відповідає реалізації в системі ефектів пам'яті, які спостерігаються експериментально [11]. У цьому випадку рух нижнього блока також періодичний у часі, але часові залежності параметрів, які наведені на рис. 2.17, не є симетричними відносно їх нульових значень [109]. На рис. 2.19, *б* 

на вставці показано збільшену область, що умовно позначена символом A, оскільки вона має виражені особливості, які на рисунку у звичайному масштабі неможливо розглянути. Таким чином, частота  $\omega$  впливає на поведінку трибологічної системи нетривіальним чином, і її варіацією можна підбирати різні режими руху, які суттєво відрізняються один від одного. Зауважимо, що при деяких частотах стаціонарна поведінка системи, що встановлюється в результаті її еволюції, залежить від початкових умов, або від передісторії. Наприклад, на рис. 2.19,  $\varepsilon$  при початковому значенні  $\varphi_0 = 0$  можливе встановлення режиму, який подібний до наведеного на рис. 2.19,  $\varepsilon$ . Цей факт також підтверджує наявність в системі ефектів пам'яті, що спостерігалися експериментально [11].

Рис. 2.20 побудований для з'ясування впливу температури мастила T на кінетику плавлення. Залежності на вказаному рисунку за віссю часу поділені на 4 ділянки. Для першої ділянки обирається найменша температура, для кожної наступної температура збільшується, тобто має місце нерівність  $T_1 < T_2 < T_3 < T_4$ .



Рис. 2.20. Залежності координат *X*, *x*, швидкостей *V*, *v*, пружних напружень  $\sigma_{el}$  і сили тертя *F* (2.52) від часу *t* при параметрах рис. 2.17 і температурах  $T_1 = 200$  K,  $T_2 = 220$  K,  $T_3 = 250$  K,  $T_4 = 300$  K. Штриховими лініями показані *X*(*t*), *V*(*t*), суцільними – *x*(*t*), *v*(*t*)

Залежність на першій ділянці  $T = T_1$  повторює залежність, показану більш детально на рис. 2.17, оскільки вона отримана при такому самому значенні T. З подальшим підвищенням температури до  $T = T_2$ , як і при  $T = T_1$ , реалізується переривчастий (stick-slip) режим руху, але зменшується максимальне значення пружних напружень  $\sigma_{el}$ . За рахунок цього сила тертя F в твердоподібному стані мастила з підвищенням температури також зменшується. Зі збільшенням температури до значення  $T = T_3$  вказана тенденція зберігається. Зазначимо, що зменшення кількості піків прилипання з підвищенням температури не є правилом, і може спостерігатися зворотна ситуація. При  $T = T_4$  мастило рідиноподібне весь час, а пружні напруження дорівнюють нулю. Це відбувається за рахунок того, що при вибраній температурі умова  $T > T_c^0$ виконується навіть при  $\varepsilon_{el} = 0$ , тобто у разі плавлення мастило не може затвердіти за рахунок зменшення відносної швидкості зсуву тертьових поверхонь. Експерименти з подібними дослідженнями впливу температури нам не відомі, тому залежності, приведені на рис. 2.20, є прогнозуючими.

#### 2.4.1. Числовий експеримент

Залежності, що показані на рис. 2.20, вказують на те, що зі збільшенням температури T спостерігається зменшення амплітуди пружних напружень  $\sigma_{el}$ , також зменшується максимальне значення сили тертя F. Дослідимо більш детально залежності амплітуд  $\sigma_{el}$  і F від температури T в різних режимах функціонування системи. Будемо визначати амплітуду напружень як  $\sigma_{el,max} := (\sigma_{el,max} - \sigma_{el,min})/2$ , а амплітуду сили тертя як  $F_{max} := (F_{max} - F_{min})/2$ , де  $\sigma_{el,max}$ ,  $F_{max}$  – максимальні значення пружних напружень і сили тертя, а  $\sigma_{el,min}$ ,  $F_{min}$  – їх мінімальні значення, які визначаються протягом одного повного періоду  $T = 2\pi/\omega$  після встановлення стаціонарного режиму тертя.

Залежності вказаних величин від температури для трьох типів мастил (псевдопластична рідина при  $\gamma < 0$ , ньютонівська при  $\gamma = 0$ , і ділатантна при  $\gamma > 0$ ) наведені на рис. 2.21, які для псевдопластичної рідини якісно співпадають з результатами на рис. 1.10.



Рис. 2.21. Залежності амплітудних значень пружних напружень  $\sigma_{el,\max}$  і сили тертя  $F_{\max}$  від температури T при параметрах рис. 2.17: • описує псевдопластичну рідину ( $\gamma = -2/3$ ),  $\circ$  – ньютонівську ( $\gamma = 0$ ) і  $\diamond$  – ділатантну ( $\gamma = 2/3$ ) у якості мастила

Рисунок 2.21, а показує, що з підвищенням температури пружні напруження  $\sigma_{el,\max}$  зменшуються для всіх трьох типів рідин, тобто підвищення температури сприяє плавленню мастила. Зазначимо той факт, що для псевдопластичних рідин ( $\gamma = -2/3$ ), які найчастіше використовуються в якості мастил для таких систем, амплітуда напружень набуває максимальних значень майже на всьому наведеному діапазоні температур, але плавлення в цьому випадку відбувається за менших *T*. На панелі  $\delta$  рисунка наведені залежності амплітуд сили тертя  $F_{\text{max}}$ від температури мастила Т. З рисунка випливає, що сила тертя зменшується зі зростанням температури лише для псевдопластичних рідин, і вона у всьому діапазоні температур у порівнянні з іншими типами рідин є мінімальною. Для ділатантних і ньютонівських рідин при вибраних параметрах максимальна сила тертя з ростом температури не змінюється. Оскільки для цих рідин з ростом температури зменшуються пружні напруження (рис. 2.21, a), це означає, що з ростом Т зростає в'язка компонента сили тертя, що подається другим доданком у формулі (2.52), що в такій ситуації може відбуватися лише при збільшенні відносної швидкості руху блоків (V - v). Зазначимо, що згідно з рисунком для ньютонівської і ділатантної рідини амплітуда сили тертя з підвищенням температури залишається сталою навіть у випадку  $\sigma_{el} = 0$ , тобто коли сила тертя має лише в'язку компоненту. Оскільки амплітуди *F* для  $\gamma = 0$  і  $\gamma = 2/3$  збігаються
для всіх температур, вимірювати повну силу тертя в експерименті для визначення режиму недостатньо, і майже завжди додатково вивчають поведінку пружних  $\sigma_{el}$  і в'язких  $\sigma_v$  напружень [103]. Зазначимо також те, що згідно з результатами, наведеними на рис. 2.21, використання псевдопластичних рідин є оптимальним для зменшення тертя, оскільки вони сприяють встановленню режиму з мінімальною силою *F*, незважаючи на те, що пружні напруження для таких мастил майже у всьому діапазоні температур набувають максимальних значень.

З метою визначення залежності в'язкості від градієнта швидкості та температури проводяться як реальні [104], так і комп'ютерні [105] експерименти. Оскільки можливий режим, у якому при кріотемпературах сила тертя набуває майже нульових значень, що відповідає малій в'язкості мастила, і відповідно дуже слабкій дисипації енергії. В англомовній термінології такий режим отримав назву superlubricity [126, 127]. Дослідимо залежності сили тертя і напружень для трьох типів мастил, як і на рис. 2.21, але не від температури, а від коефіцієнта пропорційності k між в'язкістю і градієнтом швидкості (2.6).



Рис. 2.22. Залежності амплітудних значень пружних напружень  $\sigma_{el, \text{ max}}$  і сили тертя  $F_{\text{max}}$  від коефіцієнта пропорційності k при параметрах рис. 2.17: • описує псевдопластичну рідину ( $\gamma = -2/3$ ),  $\circ$  – ньютонівську ( $\gamma = 0$ ) і  $\diamond$  – ділатантну ( $\gamma = 2/3$ ) у якості мастила

На рис. 2.22 представлені вказані залежності. Зазначимо, що на відміну від рис. 2.23, різні значення *k* відповідають різним мастилам, поверхням тертя, або геометрії експерименту. Тобто на залежностях, що наведені на рис. 2.22, кожна точка відповідає трибологічним системам, що відрізняються за своїми властивостями. Як можна бачити, для псевдопластичних рідин ( $\gamma = -2/3$ ) пружні напруження зі збільшенням величини коефіцієнта k залишаються сталими. Для ньютонівських і ділатантних рідин максимальні напруження зі збільшенням k монотонно зменшуються. Амплітуда сили тертя  $F_{\text{max}}$  у випадку псевдопластичної рідини ( $\gamma = -2/3$ ) зростає зі збільшенням коефіцієнта k, в той час як для показників  $\gamma = 0$  і  $\gamma = 2/3$  сила тертя поводить себе таким самим чином, як і на рис. 2.21, тобто залишається сталою. Однак,  $F_{\text{max}}$  на всьому наведеному діапазоні значень k мінімальна саме для псевдопластичної рідини.

На рис. 2.23 наведена поведінка досліджуваних величин зі збільшенням коефіцієнта жорсткості пружини *К*. Для ділатантних і ньютонівських рідин пружні напруження  $\sigma_{el,max}$  монотонно і повільно зростають.



Рис. 2.23. Залежності амплітудних значень пружних напружень  $\sigma$ el, max і сили тертя *F*max від коефіцієнта жорсткості пружини *K* при параметрах рис. 2.17: • описує псевдопластичну рідину ( $\gamma = -2/3$ ),  $\circ$  – ньютонівську ( $\gamma = 0$ ) і  $\diamond$  – ділатантну ( $\gamma = 2/3$ ) у якості мастила

У випадку псевдопластичної рідини ( $\gamma = -2/3$ ) напруження спочатку різко збільшуються, а далі залишаються майже сталими. Сила тертя в даному випадку для показника  $\gamma = -2/3$  також зростає до певного значення, котре далі майже не змінюється. Для показників  $\gamma = 0$  і  $\gamma = 2/3$  амплітуди сили тертя  $F_{\text{max}}$ лінійно збільшуються з ростом коефіцієнта жорсткості *K*, причому їх значення однакові, як і на попередніх двох рисунках. Таким чином, у цьому випадку псевдопластична рідина також забезпечує в системі мінімальну силу тертя.

# Висновки до розділу 2

1. На основі теорії фазових переходів Ландау першого роду проведено подальшу модифікацію термодинамічної моделі плавлення ультратонкої плівки мастила, що затиснута між двома атомарно-гладкими твердими поверхнями. Досліджено кінетику системи на основі механічних аналогів простих трибологічних систем.

2. Показано, що в широкому діапазоні параметрів окрім двох кінетичних режимів рідиноподібного (SF) та твердоподібного (DF) стану мастила стає можлива реалізація переривчастого (stick-slip) режиму руху, при якому мастило періодично плавиться і затвердіває. Показано, що при збільшенні швидкості зсуву в системі збільшується частота фазових переходів між рідиноподібним і твердоподібним станами. З'ясовано, що з перевищенням температурою мастила або швидкістю зсуву критичних значень плавлення переривчастий режим зникає і встановлюється кінетичний режим ковзання зі сталою швидкістю.

3. Показано, що за наявності пружини в трибологічній системі гістерезис за температурою і швидкістю мають різні властивості. Наприклад, гістерезис за швидкістю при обраних параметрах системи можливий лише при дуже повільному збільшенні швидкості вільного кінця пружини, коли швидкість блока в твердоподібному стані мастила буде встигати релаксувати до значення швидкості вільного кінця пружини. В інших випадках гістерезис за швидкістю не спостерігається.

4. Знайдено режими, у яких зсув поверхонь тертя нееквівалентний напряму руху верхнього блока, що відповідає реалізації в системі ефектів пам'яті. Отримані результати якісно співпадають з результатами експериментів та з даними, отриманими в результаті комп'ютерного моделювання плавлення плівки мастила при фазових переходах першого роду та другого родів.

#### РОЗДІЛ З

# ВРАХУВАННЯ ТЕМПЕРАТУРНОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ В'ЯЗКОСТІ ВІД ТЕМПЕРАТУРИ ТА ГРАДІЄНТА ШВИДКОСТІ

У трибології варто відрізняти два різних явища, пов'язаних з тертям: статичне тертя і кінетичне тертя. Сатична сила тертя  $F_s$  визначається як мінімальна сила, необхідна для ініціювання зсуву. Її значення визначається атомарною структурою поверхонь, що зсуваються, та адгезією взаємодії. Кінетична сила тертя  $F_k$  – це сила, необхідна для підримування руху двох поверхонь [98].

У розділі 2 розглядалася переважно кінетична сила тертя, оскільки в'язкість межового мастила визначалася пропорційною до відносної швидкості зсуву поверхонь та не залежала від температури Т мастила. У даному розділі проведено модифікацію термодинамічної моделі з метою опису статичної сили тертя та «ефектів пам'яті». Зазвичай у режимі межового тертя мастило поводиться як неньютонівська рідина, оскільки в'язкість залежить від градієнта швидкості. Цей факт підтверджує низка експериментальних робіт [8, 11, 104], у яких встановлено, що ефективна в'язкість *η<sub>eff</sub>* суттєво залежить від швидкості деформації є. При цьому експерименти проводились як з використанням квазісферичних молекул октаметилциклотетрасилоксану (ОМЦТС), так і ланцюгових молекул гексадекану. Дослідження показали, що ці мастила поводять себе як псевдопластичні рідини, тобто їх в'язкість  $\eta_{eff}$  зменшується зі зростанням швидкості зсуву. Експериментально встановлено для великої кількості рідин [105, 128, 129], що логарифм ефективної в'язкості η<sub>eff</sub> для мастил нанометрової товщини лінійно залежить від логарифму швидкості зсуву. Ця лінійна залежність також представлена іншими експериментами [3, 26] та комп'ютерним моделюванням [130, 131].

# 3.1 Температурна залежність в'язкості і сила тертя

У роботі [105] методом молекулярної динаміки досліджена залежність ефективної в'язкості  $\eta_{eff}$  від температури *T* і швидкості дефеормації  $\dot{\varepsilon}$  шарів, що складаються з полімерних ланцюгових молекул вуглеводнів. Експерименти проводились з використанням мастил, що складаються з лінійних алканів  $C_nH_{2n+2}$  (при n = 20, 100 і 1400) у діапазаоні температур *T* = 0 ÷ 900 K і товщині мастила не більше 3 нм. У результаті дослідження була отримана залежність ефективної в'язкості від температури і швидкості деформації у вигляді [105]:

$$\eta_{eff} = 10^C \left( \dot{\varepsilon} \right)^{-n}, \tag{3.1}$$

де праметри C(n) і n залежать від температури.

Експериментально виявлено, що значення n змінюється від 1 (твердоподібний стан) при низьких температурах до n = 0 (рідиноподібний стан) при високих температурах, що відповідає поведінці мастила як ньютонівської рідини. Для врахування цієї особливості автори [105] пропонують співвідношення між T і n у вигляді

$$n = \frac{1}{1 + \left(T/T_k\right)^{\beta}},\tag{3.2}$$

де сталі Tk і  $\beta$  залежать від полімеру, що використовується, і визначаються експериментально. Зокрема, для ейкозану C<sub>20</sub>H<sub>42</sub> ці параметри складають  $T_k = 353$  K,  $\beta = 4,09$  [105].

Залежність *C*(*n*) для усіх видів мастил може бути приблизно виражена рівністю [105]:

$$C = 10,9n - 3,8. \tag{3.3}$$

Комбінуючи вирази (2.3), (2.4), (3.1) - (3.3), отримуємо розрахункову формулу для визначення повної сили тертя:

$$F = \left[\sigma_{el} + \operatorname{sgn}(V) 10^{10,9n-3,8} \left(\frac{|V|}{h}\right)^{1-n}\right] A.$$
(3.4)

В останній формулі перший доданок представляє пружні напруження (2.12) і дорівнює нулю, коли мастило рідиноподібне. Другий доданок чисельно дорівнює в'язким напруженням  $\sigma_v$  (2.5), які на відміну від представлених у розділі 2 залежать не лише від швидкості деформації, а і від температури.

Як показано в розділі 2.2.1 напруження  $\sigma_{el}$  при фазовому переході другого роду зі зростанням швидкості V збільшуються, досягають свого максимального значення (2.26) в точці V\*, а далі зменшуються, і при перевищенні критичного значення  $V_{c0}$  приймають нульові значення. З подальшим зростанням швидкості зсуву відмінною від нуля залишаються лише в'язка складова напружень  $\sigma_{v}$ .

На рис. 3.1, *а* представлена тривимірна залежність сили тертя *F* від температури *T* і швидкості зсуву *V*.



Рис. 3.1. Тривимірна залежність сили тертя F(T, V) (3.4) при параметрах рис. 2.4 і  $T_k = 353$  K,  $\beta = 4,09$ ,  $A = 5 \cdot 10^{-9}$  м<sup>2</sup>

На зрізах поверхні площинами T = const при малих температурах на початковому етапі бачимо зростання сили F за рахунок збільшення обох компонент напружень. При досягненні швидкістю V величини  $V^*$  (2.25) пружна

компонента напружень досягає своїх максимальних значень  $\sigma_{el}^*$  (2.26) і сила тертя *F* при цьому також максимальна. Подальше зростання *V* приводить до зменшення  $\sigma_{el}$  і збільшення  $\sigma_v$ , але, оскільки  $\sigma_{el}$  спадає більш стрімко ( $\sigma_{el}$ пропорційні *V*), ніж зростає  $\sigma_v$  (пропорційні  $V^{1-n}$ , 0 < n < 1), то загальна сила тертя в системі зменшується. При перевищенні швидкістю критичного значення  $V > V_{c0}$  мастило плавиться і подальше зростання *F* відбувається лише за рахунок зростання другого доданку у формулі (3.4). Ця залежність проглядається на рис. 3.1, *б*, яка являється збільшеним фрагментом рис. 3.1, *a* в діапазоні температур  $T = 290 \div 350$  K, коли мастило має лише рідиноподібну структуру. На рис. 3.1 видно, що при низьких температурах реалізується статична компонента сили тертя *F* при швидкості V = 0.

На рис.3.2, *а* представлена залежність сили тертя *F* від відносної швидкості зсуву поверхонь *V* в подвійних логарифмічних координатах. Із співвідношення (3.4) випливає, що при виконанні умов  $V \rightarrow 0$ , T = 0 значення сили тертя  $F \rightarrow 0$ . На рисунку показані залежності F(V) для трьох фіксованих значень температури *T* для широкого діапазону швидкостей зсуву  $V = 10^{-30} \div 10^8$  м/с. Причому значення температури зростає від  $T_1$  до  $T_3$ .



Рис. 3.2. Залежність сили тертя *F* від температури *T* і швидкості зсуву *V* при параметрах рис. 3.1: *a*)  $-T_{1-3} = 20, 80, 100$  K;  $\delta$ )  $-V_{1-3} = 10^{-9}, 10^{-15}, 10^{-30}$  м/с

Вигляд кривих говорить про те, що при кріотемпературах сила тертя має суттєво відмінне від нуля значення при практично нульових швидкостях зсуву

V = 10<sup>-30</sup> м/с. Описувана ситуація аналогічна до наявності в системі сил статичного тертя, коли при V = 0 сила тертя F = 0. Проте, в нашому випадку відповідно до виразу (3.4) при V = 0 сила тертя F = 0. Тому називатимемо кінцеву силу тертя  $F \neq 0$  нм/с при  $V \ll 1$  нм/с квазістатичною. Така ситуація дозволяє описати ефекти пам'яті, коли після довготривалої зупинки поверхонь тертя і подальшого відновлення їх руху продовжується реалізація режиму тертя, що встановився до цього, оминаючи початковий перехідний режим. Ефект спостерігається за рахунок того, що під час зупинки системи напруження в шарі мастила не релаксують, оскільки молекули мастильного матеріалу залишаються щільно затиснутими проміж рельєфами поверхонь тертя у тому стані. у якому вони були до Зупинки. У ліапазоні швилкостей  $V = 10^{-9} \div 10^{-6}$  м/с на всіх кривих на рис. 3.2, *а* проглядаються піки, як це добре видно на збільшеному фрагменті рисунка. Більш детально така поведінка представлена на тривимірному рис. 3.1, де меншому значенню температури відповідає більше значення F. При  $V > 10^{-6}$  м/с ( $V > V_{c0}$ ) мастило рідиноподібне і напруження  $\sigma_{el} = 0$ . При  $V < 10^{-9}$  м/с вклад  $\sigma_{el}$  нівелюється, оскільки згідно з (2.12) і (2.20)  $\sigma_{el} \propto V$ . Зниження сили тертя при швидкостях V < 1 нм/с відбувається настільки стрімко, що на рис. 3.1 залежність F(V) в цьому діапазоні візуально виглядає як вертикальна поверхня.

На рис. 3.2, б представлена залежність F(T) при малих швидкостях зсуву. Із рисунка видно, що зменшення швидкості приводить до зменшення сили тертя, однак при нульовій температурі T = 0 сила тертя F при будь-яких швидкостях V < 1 нм/с приймає одне і теж фіксоване значення. Аналіз виразу (3.4) дозволяє встановити наступну залежність:

$$\lim_{V \to 0; T \to 0} F(V, T) = 10^{7,1} A, \tag{3.5}$$

звідки слідує, що при наднизьких температурах і швидкостях зсуву залежність F(V, T) подібна до  $\delta$ -функції, яка в нулі набуває кінцевого значення, що визначається виразом (3.5), а в околі нульових температур F(V, T) = 0.

#### 3.1.1. Зсув поверхонь тертя в одну сторону

Результат розрахунку часової еволюції параметрів системи, зображеної на рис. 2.1 представлений на рис. 3.3. Аналогічно до результатів на рис. 2.6 та 2.11 дані залежності якісно співпадають з результатами на рис. 1.2, 1.3 та 1.13. У початковий момент часу t = 0 мастило твердоподібне і реалізується відмінне від нуля значення параметра порядку  $\varphi$ , оскільки  $\varepsilon_{el} = 0$  і  $T < T_{c0}$ . У цей момент вільний кінець пружини приводиться в рух зі сталою швидкістю  $V_0 = 300$  нм/с. При цьому блок починає рух, проте його швидкість V суттєво менша за  $V_0$ , оскільки пересуванню перешкоджає сила тертя F, що виникає між поверхнями.



Рис. 3.3. Залежності повної сили тертя *F*, швидкості руху *V*, координати блока *X*, довжини натягнення пружини  $\Delta X$  і пружних напружень  $\sigma_{el}$  від часу *t* при параметрах рис. 3.2 і  $A = 0,6 \ 10^{-9} \ \text{m}^2$ ,  $M = 0,4 \ \text{кг}$ ,  $K = 650 \ \text{H/m}$ ,  $\delta = 100 \ \text{Дж}^{-1} \cdot \text{m}^3/\text{c}$ ,  $T = 260 \ \text{K}$ ,  $V_0 = 300 \ \text{нm/c}$ 

При цьому натягнення пружини  $\Delta X$  монотонно зростає, збільшується швидкість блока *V*, зростає сила тертя *F* і пружні напруження  $\sigma_{el}$ . З перевищенням швидкістю *V* критичного значення  $V_{c0}$  мастило плавиться, пружні напруження набувають нульових значень, а сила тертя *F* різко зменшується. Це сприяє стрімкому зростанню швидкості *V* (див. вставку на рис. 3.3, *в*). При цьому за рахунок зростання в'язкої складової напружень  $\sigma_v$  збільшується також і сила тертя *F* (пружні напруження  $\sigma_{el} = 0$ , оскільки мастило рідиноподібне). Унаслідок швидкого руху блока величина натягнення

пружини  $\Delta X$  зменшується. Зазнає зменшення і швидкість руху блока V. Після досягнення значення  $\Delta X = 0$  блок не зупиняється, а продовжує рух, за рахунок чого пружина стискується ( $\Delta X < 0$ ). Як видно із вставки на рис. 3.3, *a*, після цього пружина починає випрямлятись і певний час блок ковзає у зворотному напрямку. У цей момент мастило твердне, оскільки швидкість руху блока зменшується менше критичної  $|V| < V_{c0}$ , що приводить до різкої зміни пружних напружень (див. вставку до рис. 3.3, *c*) і ненульовим значенням параметра порядку  $\varphi$ . Далі натягнення пружини  $\Delta X$  знову стає рівним нулю. Описаний процес періодичний у часі. Така ситуація стиснення пружини і руху блока в зворотному напрямку неоднократно спостерігались експериментально [132].

# 3.1.2. Періодичний зовнішній вплив

Розглянемо поведінку механічного аналога трибологічної системи, зображеної на рис. 2.16. Типова часова залежність параметрів представлена на рис. 3.4.



Рис. 3.4. Залежності координат *X*, *x*, швидкостей *V*, *v*, пружних напружень  $\sigma_{el}$  і сили тертя *F* (3.4) від часу *t* при параметрах рис. 3.1 і *K* = 3000 H/м, T = 235 K,  $X_m = 0.9 \cdot 10^{-6}$  м,  $\omega = 5$  рад/с

На рис. 3.4, *a*, *б* штриховою лінією зображені координати X і швидкість V верхнього блока, а суцільною – x і v нижнього. Залежності від часу відносних швидкостей (V - v) і координат (X - x) блоків представлені на рис. 3.5.



Рис. 3.5. Залежності відносного зміщення (X - x) і відносної швидкості блоків (V - v) від часу *t* при параметрах рис. 3.4

Як і в попередньому пункті 3.3.1, у початковий момент часу мастило твердоподібне. При t > 0 верхній блок починає рух за законом (2.46). Нижній блок також рухається за рахунок сили тертя F, що виникає між поверхнями. Однак, його переміщенню перешкоджають пружини, що розтягується і стикається. Тому швидкості V і v у загальному випадку не співпадають. З часом зростає значення відносної швидкості зсуву /V - v/. За рахунок цього настає момент, коли  $|V - v| > V_{c0}$  (2.21), і мастило плавиться. При цьому сила тертя |F|стрімко зменшується (див. рис. 3.4, в), а блок проковзує на значну відстань (рис. 3.4, *a* i 3.5, *a*), швидкість нижнього блока стрімко зростає, відповідно збільшується значення /V - v/. У цей момент на рис. 3.4, в проглядається збільшення абсолютного значення сили тертя за рахунок в'язкої складової напружень, що виплаває зі співвідношень (2.12), (2.51) і (2.52). Після чого |F|зменшується, оскільки спадає відносна швидкість руху блоків і *F* змінює знак. Тут блок проковзує на стільки, що стиснута пружина розягується, а розтягнута стискується. При виконанні умови  $/V - v / < V_{c0}$  відбувається тверднення мастила. Розглянутий процес періодичний в часі. При обраному режимі за один період блоки 6 разів «прилипають» один до одного – по 3 рази під час руху в кожному з напрямків.

На кількість «прилипань» і «проковзувань» за період суттєво впливають температура мастила *T* і амплітуда *X<sub>m</sub>*. Вплив температури розглядався раніше в п. 2.3 [55, 110] у рамках моделі фазового переходу першого роду. Встановлено,

що зі зростанням температури кількість переходів зменшується і мастило при цьому все більше і більше часу за цикл перебуває в рідиноподібному стані.

Розглянемо вплив амплітуди зсуву на поведінку системи. На рис. 3.6, *а* представлена залежність сили тертя для 4-х різних амплітуд руху верхнього блока.



Рис. 3.6. Залежність сили тертя F від часу t при параметрах рис. 3.4 і  $X_{m1} = 0,67 \cdot 10^{-6}, X_{m2} = 0,9 \cdot 10^{-6}, X_{m3} = 1,31 \cdot 10^{-6}, X_{m4} = 5 \cdot 10^{-6}$ : a – відповідає температурі мастила  $T_1 = 235$  K,  $\delta$  – температурі  $T_2 = 280$  K

Із рисунка видно, що зі зростанням амплітуди  $X_m$  кількість фазових переходів за повний період збільшується (3.6, *a*, амплітуди  $X_{m1}$ ,  $X_{m2}$ ,  $X_{m3}$ ). Це пояснюється тим, що збільшується швидкість руху блока  $X_m \omega \sin(\omega t)$ , зі зростанням якої збільшується частота фазових перходів [8, 11, 12, 121]. При подальшому збільшенні температури  $X_{m4} = 5$  мкм бачимо двократне за період тверднення мастила. Мастило в цій ситуації затвердне лише тоді, коли блок починає рух в зворотному напрямку. Варто відмітити, що амплітуди були підібрані таким чином, щоб при їх поступовій зміні стаціонарний режим роботи наставав за мінімальний час. Так, якщо взяти проміжне значення, наприклад,  $X_m = 0,75$  мкм, що перебуває проміж  $X_{m1}$  і  $X_{m2}$ , буде спостерігатись переривчастий режим руху, у якому за період відбувається 2 «прилипання» і 2 «проковзування», але при цьому необхідний суттєвий час, щоб установився стаціонарний режим.

Рис. 3.6,  $\delta$  побудований при більшому значенні температури мастила  $T_2 = 280$  К. Як уже відмічалось раніше, зростання температури спричиняє

збільшення частоти фазових переходів. Також знижується максимальне значення сили тертя [8, 11, 12, 55, 56, 81, 121]. Для першої секції рисунка бачимо реалізацію переривчастого режиму тертя з двократним плавленням мастила за цикл, ця ситуація подібна до тієї, що описана вище для рис. 3.6, a, при  $X_{m4}$ . Для наступної амплітуди  $X_{m2}$  після плавлення мастило вже не твердне, тому наступне збільшення амплітуди не впливає на характер режиму тертя і в системі реалізується режим ковзання [56, 57].

# 3.2. Ковзання після довготривалої зупинки зовнішнього приводу

У роботах [11, 79] проводиться експериментальне вивчення поведінки системи, показаної на рис. 2.1, коли після установлення стаціонарного режиму руху зовнішній привід зупиняється на фіксований час, а потім рух продовжується знову. Установлено, що в залежності від швидкості руху, температури мастила, а також прикладеного зовнішнього навантаження можлива реалізація різних режимів роботи після зупинки і подальшого відновлення руху. Наприклад, в [11] після зупинки приводу спостерігався перехід від переривчастого режиму (SS) до режиму ковзання (SF). У роботі показано, що після зупинки тривалістю  $t_s \sim 60$  с і подальшого руху в системі устанавлюється переривчастий режим, до того ж перший пік на залежності сили тертя F(t) «stiction spike» має більшу висоту, ніж аналогічні піки в стаціонарному режимі [11, 79]. При швидкості зсуву вище критичної V<sub>c</sub>, яка необхідна для плавлення, після увімкнення приводу спостерігається єдиний пік, після чого система продовжує функціонувати в SF режимі [79]. З'ясовано, що висота цього піка залежить від часу зупинки t<sub>s</sub> [79]. Подібна поведінка отримана і в рамках розглядуваної моделі [110], але без урахування температурної залежності в'язкості і квазістатичної сили тертя. Зокрема, в [110] показано, що після зупинки зовнішнього приводу в режимі SF системі необхідний час, щоб мастило перейшло в твердоподібний стан, при переході в який реалізується пік на залежності  $\sigma_{el}(t)$ , причому пік на залежності F(t)відсутній.

На рис. 3.7 показана залежність сили тертя F(t) при різних значеннях температури мастила T. Тут на початковій ділянці часу t < 300 с зовнішній привід рухається зі швидкістю  $V_0 = 500$  нм/с, наступні  $t_s = 1400$  с вільний кінець пружини нерухомий, після чого знову приводиться в рух зі швидкістю  $V_0 = 500$  нм/с. Для усіх залежностей на рисунку обрані початкові умови  $X_0 = 0$  мкм,  $\Delta X_0 = 15$  мкм,  $V_0 = 1$  нм/с,  $\varphi_0 = 0,4$ . Залежність F(t) на рис. 3.7, *а* побудована при температурі  $T_1 = 130$  К. У даному випадку в системі устанавлюється режим сухого тертя DF.



Рис. 3.7. Залежність сили тертя F (3.4) від часу t при параметрах рис. 3.1 і  $\delta = 100 \text{ Дж}^{-1} \cdot \text{м}^3/\text{с}, M = 0.4 \text{ кг}, K = 3000 \text{ H/м}$  і  $V_{01} = 500 \text{ нм/c}, V_{02} = 0 \text{ нм/c}, V_{03} = 500 \text{ нм/c}, T_{1-4} = 130, 170, 200, 300 \text{ K}$ 

При t > 0 зовнішній привід починає рух, натягнення пружини  $\Delta X$  зростає, збільшується швидкість V, відповідно зростають як пружні  $\sigma_{el}$ , так і в'язкі  $\sigma_v$  напруження, система виходить на стаціонарний режим і сила тертя F набуває сталого значення. Через час t = 300 с зовнішній привід зупиняється, проте верхній тертьовий блок (див. рис. 2.1) продовжує рух за рахунок розтягнутої пружини  $\Delta X > 0$ . З часом  $\Delta X$  зменшується, при цьому спостерігається релаксація сили тертя F, а швидкість блока V знижується, але залишається ненульовою за рахунок розтягнутої пружини. Оскільки температура T > 0, як це показано вище, сила тертя  $F \rightarrow 0$  при  $V \rightarrow 0$ , але швидкість релаксує достатньо повільно. При цьому час t, для якого сила тертя F = 0, перевищує всі

можливості експериментального спостереження. Проте варто розуміти, що в розглядуваному випадку при  $t \to \infty$  сила тертя F = 0. Таким чином, релаксація напружень в затиснутому при зупинці мастильному шарі все ж відбувається до нульового значення, але повільність процесу дозволяє спостерігати особливості stop-start експериментів [11, 79]. Іншими словами, отриманий нами результат пропонує механізм опису особливостей нанотрибологічних систем, який не вкладається в рамках класичних представлень трибологічної науки.

Рис. 3.7, б побудований при більшому значенні температури  $T_2 = 170$  К. Тут спостерігається стаціонарний переривчастий режим руху stick-slip. Після зупинки зовнішнього приводу мастильний шар твердне, тому сила тертя F містить вклади від в'язкий і пружних напружень, які повільно релаксують як і у випадку, описаному вище. Але, мінімальне значення сили тертя тут менше, ніж на рис. 3.7, а, оскільки рис. 3.7, б побудований при більшому значенні температури  $T_2 > T_1$ . Після увімкнення зовнішнього приводу в системі знову установлюється stick-slip режим руху, як і до зупинки блока. Рис. 3.7, в побудований при температурі  $T_3 = 200$  К. Поведінка системи тут аналогічна показаній на рис. 3.7, б, але більше значення температури Т сприяє збільшенню частоти фазових переходів і зменшенню  $\Delta F$  [110]. Подальше зростання температури до значення  $T_4 = 300$  К (рис. 3.7, г) приводить до установлення режиму рідинного тертя SF. Тут на початку руху при t < 300 с мастило рідиноподібне, оскільки  $T_4 > T_{c0}$  (2.22), тому сила тертя F має лише в'язку складову. Після зупинки зовнішнього привода при t > 300 с сила тертя зменшується практично до нульового значення, оскільки до зупинки пружина майже не була натягнутою, так як реалізувався режим ковзання SF. Після збільшується увімкнення зовнішнього приводу сила тертя **3HOBV** ДО стаціонарного значення, що відповідає заданій швидкості і температурі Зазначимо, що на рис. 3.7 у випадках, коли реалізується мастила. переривчастий і сухий режими (панелі а, б, в), усі ситуації мають одну загальну рису. На початку руху мастило твердоподібне і, як це описано раніше, при таких температурах реалізується квазістатична сила тертя F. Тому вже на початку руху при V > 0, як видно із рисунка, для усіх розглядуваних температур реалізується квазістатична сила  $F \approx 15 \div 45$  мH, яка залежить від температури.

Як відмічалось вище, ми розглядаємо атомарно-гладкі поверхні, і вважається, що вони повністю дотикаються через мастило, тому зовнішнє навантаження у явному вигляді не враховується. Якщо в реальних умовах прикладати зовнішнє навантаження L, то поверхні зближуються, оскільки відбувається видавлювання мастила і площа прямого контакту все ж збільшується. Поведінка системи при зростанні площі контакту А і незмінних решті параметрах, що можна умовно вважати як збільшення зовнішнього навантаження L, показано на рис. 3.8. Панелі *а – г* цього рисунка побудовані збільшення Як поступовому площі контакту *A*. при показано в експериментальних роботах [11], зростання навантаження L приводить до зменшення частоти фазових переходів і збільшенню максимального значення сили тертя *F*. При цьому збільшується і амплітуда  $\Delta F$  (див. рис. 1.5).



Рис. 3.8. Залежність сили тертя *F* від часу *t* при різних площах контакту *A* при параметрах рис. 3.7 і *T*= 200 К. До штрихової лінії  $V_0 = 500$  нм/с, після –  $V_0 = 0$  нм/с. Панелі a - c відповідають площам контакту  $A = 5 \cdot 10^{-9}$ ,  $8 \cdot 10^{-9}$ ,  $10 \cdot 10^{-9}$ ,  $12 \cdot 10^{-9}$  м<sup>2</sup>

Після зупинки зовнішнього привода в системі спостерігається релаксація сили тертя *F* до стаціонарного значення. При цьому для великих значень

зовнішнього навантаження *L* спостергається більше значення сили тертя *F* [11, 104], оскільки воно пропорційне площі контакту *A*. Вказані особливості реалізуються і в рамках нашої моделі (рис. 3.8). Для усіх залежностей на рисунку обрані початкові умови  $X_0 = 0$  мкм,  $\Delta X_0 = 5$  мкм,  $V_0 = 1$  нм/с,  $\varphi_0 = 0,4$ .

# 3.3. Вплив довжини молекул на характер режиму тертя

Розглянемо умови переходу від переривчастого руху до режиму неперервного ковзання для вуглеводнів  $C_nH_{2n+2}$  при поступовому збільшенні темперетури мастила *T*. У роботі [105] показано, що в'язкість для нанометрових плівок високомолекулярних алканів  $C_nH_{2n+2}$  описується рівняннями (3.1) – (3.3), причому для кожного конкретного полімеру існують свої значення  $T_k$  і  $\beta$  (див. таблицю 1).

Табл. 1. Таблиця значень  $T_k$  і  $\beta$  у рівнняні (3.2) для різних полімерів [105]

	$C_{20}H_{42}$	$C_{100}H_{202}$	$C_{1400}H_{2802}$
$T_k(\mathbf{K})$	353±28	642±22	840±30
β(-)	4,09±1,24	3,68±0,46	2,79±0,3

На рис. 3.9 представлені часові залежності F(t) для трьох полімерів, параметри *Tk* і  $\beta$  для яких обрані з таблиці 1. Атомна маса мастила поступово збільшується від рис. 3.9, *a* до рис. 3.9, *в*. Часовий інтервал розбитий на три ділянки, для кожного з яких збільшується температура *T*. Для всіх залежностей обрані початкові умови  $\Delta X_0 = 10$  мкм,  $V_0 = 1$  нм/с,  $\varphi_0 = 0,6$ . Протягом часу t < 200 с відбувається зсув зовнішнього приводу зі швидкістю  $V_0 = 500$  нм/с, далі на часовому інтервалі  $200 < t_s < 800$  с вільний кінець пружини залишається нерухомим і наступні t = 200 с зовнішній привід знову зсувається зі швидкістю  $V_0$ . У сумі всі ці маніпуляції займають час t = 1000 с. Після кожних таких 1000 с температура *T* підвищується і описаний процес повторюється знову. Для першого значення температури  $T_1$  для усіх алканів поведінка системи схожа до описаної на рис. 3.7, *б*, *в* – переривчастий режим змінює ділянка, на якій сила тертя *F* релаксує, після чого знову спостерігається SS режим.

Зі зростанням температури T на панелях a і  $\delta$  ситуація залишається аналогічною, але зменшується максимальне значення сили тертя F і різниця  $\Delta F$ . Таку особливість демонструє також і рис. 3.7. Поведінка системи на рис. 3.9, e з мастилом, молекули якого мають найбільшу довжину серед представлених, демонструють дещо іншу поведінку. При обраних початкових умовах мастило на початку руху рідиноподібне. Після зупинки зовнішнього приводу при t > 1200 с мастило твердне і протягом t = 600 с відбувається релаксація сили тертя F. При t = 1800 с вільний кінець пружини починає рух зі швидкістю  $V_0 = 500$  нм/с, натягнення пружини зростає, відповідно різко збільшується сила тертя F, після чого мастило знову плавиться. При цьому на рисунку реалізується пік залежності F(t). Після плавлення мастило залишається рідиноподібним.

Зі зростанням температури описана поведінка спостерігається також і для більш коротких алканів (рис. 3.9,  $\delta$  при  $T_3 = 250$  K). На рис. 3.9, a ситуація для усіх трьох температур подібна. Режим рідинного тертя для параметрів C<sub>20</sub>H<sub>42</sub> устанавлюється при значенні температури близькому до  $T_{c0}$ . Для представлених температур після плавлення швидкість блока  $V < V_{c0}$ , тому мастило твердне. Цим і пояснюється переривчастий режим, що реалізується. З рис. 3.9 видно, що зі зростанням температури висота піка F(t), який передує переходу системи в режим рідинного тертя, зменшується. Цей факт підтверджується експериментально [11].

Залежності F(t) для різних алканів при поступовому збільшенні швидкості зсуву зовнішнього приводу  $V_0$  представлені на рис. 3.10. Тут обираються початкові умови  $X_0 = 0$  мкм,  $\Delta X_0 = 17$  мкм,  $V_0 = 5$  нм/с,  $\varphi_0 = 0,87$ . Протягом  $t_s = 200$  с зовнішній привід нерухомий, після чого він протягом часу t = 300 с рухається зі швидкістю  $V_0$ . При низьких швидкостях зсуву  $V_0$  в системі встановлюється режим сухого тертя.



Рис. 3.9. Залежність сили тертя *F* від часу *t* для різних алканів при параметрах рис. 3.7 і  $V_0 = 500$  нм/с до і після зупинки. Ділянки  $T_1 - T_3$  відповідають температурам 243, 244, 250 К. *a*)  $T_k = 353$  К,  $\beta = 4,09$ ; *б*)  $T_k = 642$  К,  $\beta = 3,68$ ; *в*)  $T_k = 840$  К,  $\beta = 2,79$ 



Рис. 3.10. Залежність сили тертя *F* від часу *t* при поступовому збільшенні швидкості зсуву при параметрах рис. 3.7 і T = 197 К. *a*)  $T_k = 353$  К,  $\beta = 4,09$ ; *б*) Tk = 642 К,  $\beta = 3,68$ ; *в*)  $T_k = 840$  К,  $\beta = 2,79$ . Швидкості  $V_{01} - V_{05} = 300, 450, 600,$ 750, 900 нм/с

Зі збільшенням  $V_0$  устанавлюється переривчастий режим, де більшому значенню швидкості  $V_0$  відповідає більша частота фазових переходів [11, 12]. Не дивлячись на те, що швидкість  $V_{04} > V_{c0} \approx 664$  нм/с, для всіх трьох типів мастил спостерігається переривчастий рух, у якому після плавленя швидкість блока спочатку збільшується, за рахунок чого пружина стискується, зменшується пружна рушійна сила  $K\Delta X$ , і в результаті швидкість V стає менше критичного значення  $V_{c0}$ , при якому мастило твердне. Далі за рахунок того, що сила тертя збільшується, пружина натягується і збільшується швидкість, при виконанні умови  $V > V_{c0}$  мастило знову плавиться, і т.д. Таким чином, установлюється stick-slip режим. Детально цей процес розглядався в п. 2.3.2.

При парамерах рис. 3.10, *a* і швидкості  $V_{05} = 900$  нм/с після плавлення мастило залишається твердоподіюним і устанавлюється режим ковзання. Для більш довгих молекул такий перехід відбуважться при ще більших швидкостях. Спостережувана поведінка пояснюється тим, що на рис. 3.10, *a* для  $V_{05}$  після плавлення швидкість блока залишається більше критичної  $V_{c0}$ , тому тверднення не відбувається. На рис. 3.10, *б*, *в* не дивлячись на те, що  $V_{05} > V_{c0} \approx 664$  нм/с, пружина стискується на стільки, що швидкість блока стає нижчою за  $V_{c0}$ , тому мастило твердне і продовжується переривчастий рух.

#### Висновки до розділу 3

1. Проведено подальший розвиток термодинамічної моделі плавлення ультратонкого мастила. У рамках моделі фазового переходу другого роду враховано залежність в'язкості полімерних мастил від температури і градієнта швидкості. Ця залежність показує, що логарифм ефективної в'язкості пропорційний логарифму швидкості зсуву. Коефіцієнт пропорційності змінює своє значення від 1 в твердоподібному стані до 0 в рідиноподібному (ньютонівська рідина).

2. На основі модифікованої моделі побудована тривимірна залежність сили тертя від температури та швидкості зсуву. Проведено дослідження поведінки двох трибологічних систем, побудовані часові залежності координат,

швидкостей зсуву, сили тертя і пружних напружень. Представлені результати комп'ютерного моделювання, які прогнозують зникнення переривчастого режиму руху і подальше функціонування в режимі рідинного тертя.

3. Вивчені особливості залежності сили тертя при низьких швидкостіх зсуву, що дозволило змоделювати статичну компоненту сили тертя (ефект пам'яті). Побудована залежність сили тертя від часу при довготривалій зупинці зовнішнього приводу. Установлено, що перехід між режимами сухого, переривчастого і рідинного тертя відбувається при підвищенні швидкості зсуву і/або температури мастила.

4. Вивчено поведінку при різних площах контакту, що можна умовно вважати як різне зовнішнє навантаження на систему. Дані залежності побудовані для параметрів в'язкості, що відповідають мастилам, які складаються з молекул різної довжини, продемонстровані і пояснені відмінності для різних типів мастил.

# РОЗДІЛ 4

# КІНЕТИКА ТА ЕФЕКТИ ПАМ'ЯТІ ПРИ НЕСИМЕТРИЧНОМУ ПОТЕНЦІАЛІ

У даному розділі розвинено ще один підхід до опису статичного тертя. У розкладення вільної енергії за степенями параметра порядку  $\varphi$  додається лінійний член. Він дає можливість отримувати ненульове значення параметра, коли мастило перебуває у розплавленому стані [8, 11, 50, 122]. У такий спосіб описується адгезія між поверхнями, що труться, як про це зазначалось вище [98] (див. вступ до розділу 3). Щоб показати, що саме такий вигляд потенціалу здатен описати статичне тертя, в'язкість мастила визначається за моделлю (2.5) та (2.8).

Для нового термодинамічного потенціалу отримано співвідношення між параметрами, при яких відбувається фазовий перехід першого чи другого роду в системі. Досліджено вплив зміни кінетичного коефіцієнта та часу зупинки зовнішнього приводу на поведінку системи. Таким чином показано, що висота піка залежить від тривалості зупинки вільного кінця пружини.

# 4.1. Вільна енергія і тип фазового переходу

Запишемо густину вільної енергії для граничного мастила як розвинення в ряд за степенями параметра порядку *φ* [45, 46]:

$$f = -a\varphi + \alpha (T - T_c)\varphi^2 + \frac{b}{2}\varphi^2 \varepsilon_{el}^2 - \frac{c}{3}\varphi^3 + \frac{d}{4}\varphi^4.$$
(4.1)

Проаналізуємо стаціонарні стани, що дає потенціал (4.1). Для цього спершувиразимо значення температури *T* з умови  $\partial f / \partial \varphi = 0$ :

$$T(\varphi_0) = T_c + \frac{1}{2\alpha} \left( \frac{a}{\varphi_0} - b\varepsilon_{el}^2 + c\varphi_0 - d\varphi_0^2 \right), \tag{4.2}$$

де  $\varphi_0$  – стаціонарні значення параметра порядку,

 $T(\phi_0)$  – температура мастила, за якої ці стаціонарні значення реалізуються.

Залежність (4.2) за фіксованих параметрах моделі показана на рис. 4.1. Як можна бачити з рисунка, стаціонарне значення  $\varphi_0$  зі збільшенням температури *T* прямує до нуля, але ніколи не досягає нульового значення. Це відбувається завдяки наявності першого доданку у виразі (4.1). Якщо знижувати температуру, буде відбуватися збільшення параметра порядку  $\varphi_0$  і при нульовій температурі він досягне свого максимального значення, за обраних параметрах моделі це  $\varphi_0^{\text{max}} \approx 0,8$ . Але в проміжному діапазоні температур  $T_E < T < T_A$  ( $T_A$  і  $T_E$  відповідають точкам *A* і *Б* на рисунку 4.1), який більш детально показаний на встаці до рисунка, реалізується три стаціонарні значення параметра порядку (три розв'язки рівняння (4.2)).



Рис. 4.1. Залежність стаціонарних значень параметра порядку  $\varphi_0$  від температури *T* (4.2) при параметрах  $\alpha = 1$  Дж·К<sup>-1</sup>/м<sup>3</sup>,  $T_c = 290$  K, a = 1 Дж/м<sup>3</sup>,  $b = 2 \cdot 10^{12}$  Па, c = 450 Дж/м<sup>3</sup>, d = 1400 Дж/м<sup>3</sup> та пружних деформаціях  $\varepsilon_{el} = 5 \cdot 10^{-6}$ 

При цьому, наприклад, при температурі T = 285 К два стаціонарні стани є стійкими (суцільні лінії на рисунку), оскільки відповідають мінімумам потенціалу (4.1), а одне значення  $\varphi_0$  відповідає максимуму енергії (4.1), тому відповідає нестійкому стану (пунктирна лінія). Такий вигляд потенціалу відповідає фазовим переходам першого роду [50]. Згідно з рисунком, якщо поступово підвищувати температуру T від нульового значення, стаціонарне значення параметра порядку  $\varphi_0$  монотонно зменшується до температури  $T_A$ , після чого відбуваєтся стрибкоподібне зменшення стаціонарного значення

параметра порядку, як це показано стрілкою вниз на вставці до рисунка. При цьому відбувається плавлення мастила за механізмом фазового переходу першого роду між структурними станами мастила, що в даному випадку подають нерівноважні кінетичні режими тертя [11]. Після подальшого збільшення температури значення  $\varphi_0$  зменшується, але, як на це вказано вище, ніколи не досягає нульового значення. Ця особливість, як це буде показано далі, дозволяє теоретично описати «ефекти пам'яті», які спостерігаються експериментально [11].

У залежності від параметрів моделі потенціал (4.1) дозволяє описувати як стрибкоподібні фазові пеерходи першого роду, так і неперервні переходи другого роду [122]. Знайдемо критерій, який буде визначати тип переходу. Якщо функція (4.2), показана на рис. 4.1, буде монотонною у всьому діапазоні додатних температур, реалізуватиметься фазовий перехід другого роду. У випадку, коли на залежності  $\varphi_0(T)$  існуватиме двознакова гістерезисна ділянка, як це показано на вставці до рисунку 4.1, матимемо фазовий перехід першого роду. У точках *A* і *Б* залежність  $\varphi_0(T)$  має вертикальні дотичні, тобто виконується умова

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi_0} = 0, \tag{4.3}$$

що із урахуванням (4.1) приводить до виразу

$$\varphi_0^3 - \frac{c}{2d}\varphi_0^2 + \frac{a}{2d} = 0. \tag{4.4}$$

Корені рявняння (4.4) дають абсциси точок A і B на залежності  $\varphi_0(T)$ , що показана на рис. 4.1. Отже, фазовий перехід першого роду буде спостерігатись тільки тоді, коли рівняння (4.4) матиме два дійсні додатні корені. Кубічному рівнянню (4.4) відповідає дискримінант

$$\Delta = \frac{a}{4d^2} \left( \frac{c^3}{d^2} - 27a \right),\tag{4.5}$$

знак якого буде задавати тип розв'язків рівняння (4.4). Оскільки *a*, *c* і *d* – додатні сталі, для аналізу зручно ввести нову константу

$$g = c^3 - 27ad^2. (4.6)$$

Якщо g > 0, рівняння (4.4) має три різних дійсних корені, при чому два додатні і один від'ємний, що відповідає фазовому переходу першого роду. Відмітимо, що від'ємні значення парамтера  $\varphi$  не мають фізичного змісту, отже далі не розглядаються. При g = 0 маємо три дійсні корені – два кратні додатні і один від'ємний, тобто в системі відбувається фазовий перехід другого роду, оскільки точки A і E на залежності  $\varphi_0(T)$  збігаються. В останньому випадку при g < 0 маємо один дійсний від'ємний і два комплексно-спряжених корені з додатньою дійсною частиною, що також відповідає фазовому переходу другого роду. У нашому подальшому дослідженні ми зосередимо увагу на фазовому перетворенні першого роду, тобто розглядатимемо ситуацію g > 0.

На рис. 4.2 представлена тривимірна залежність потенціалу (4.1) від параметра порядку  $\varphi$  та температури мастила *T*.



Рис. 4.2. Тривимірна залежність густини вільної енергії f (4.1) від параметра порядку  $\varphi$  та температури T при параметрах рис. 4.1

На рисунку показаний діапазон температур, у якому в масштабах рисунка можна чітко розгледіти три принципово різні випадки. При низьких температурах потенціал характеризується одним мінімумом, що відповідає твердоподібній структурі мастила. З підвищенням температури реалізується ситуація, коли існують два мінімуми, розділені максимумом. Залежно від початкових умов система в стаціонарному стані буде перебувати в одному з них. З подальшим ростом температури потенціал знову характеризується одним мінімумом, але стаціонарне значення  $\varphi_0$ , що відповідає цьому мінімуму, значно менше, ніж для низьких температур. На відміну від робіт [46, 55, 57, 63, 120] для даного вигляду потенціалу з підвищенням температури повного плавлення мастила, якому відповідає значення  $\varphi_0 = 0$ , не відбувається. Реалізується часткове плавлення, після якого встановлюється стаціонарний режим, якому відповідає ненульовий мінімум потенціалу. Згідно із формулою (2.12) у такій ситуації під час руху поверхонь тертя в мастилі існуватимуть ненульові пружні напруження  $\sigma_{el}$ , які повільно релаксуватимуть після зупинки системи. Така ситуація неодноразово спостерігалася в експериментах [11, 79].

Скориставшись залежністю між швидкістю зсуву і пружною компонентою деформації (2.20), вираз (4.2) можна переписати у вигляді

$$T(\varphi_0) = T_c + \frac{1}{2\alpha} \left( \frac{a}{\varphi_0} - b \left( \frac{V\tau_{\varepsilon}}{h} \right)^2 + c\varphi_0 - d\varphi_0^2 \right).$$
(4.7)

Якщо у вираз (4.7) підставити корені рівняння (4.4), ми отримаємо критичні температури. Причому критична температура тверднення мастила  $T_0$  (відповідає точці *Б* на рис. 4.1) визначається при підстановці меншого додатнього кореня  $\varphi_{0,1}$  рівняння (4.4), а критична температура плавлення  $T_{c0}$  (відповідає точці *A* на рис. 4.1) – при підстановці більшого додатнього кореня  $\varphi_{0,2}$ .

Аналізуючи вираз (4.7), можна показати, що плавлення мастила відбувається відбувається не лише при перевищенні температурою критичного значення, а також коли швидкість зсуву *V* перевищує певне критичне значення  $V_{c0}$ . Твердне мастило, коли швидкість V стає менше значення  $V_c^0$ . Значення цих критичних швидкостей у відповідності до (4.7) визначатимуться рівнянням

$$V(\varphi_0) = \frac{h}{\tau_{\varepsilon}} \sqrt{\frac{a}{b\varphi_0} + \frac{2\alpha (T - T_c) + c\varphi_0 - d\varphi_0}{b}}, \qquad (4.8)$$

де  $\varphi_0$  як і раніше є коренями рівняння (4.4).

На рис. 4.3, *а* показана залежність критичних швидкостей плавлення  $V_{c0}$  і тверднення  $V_c^0$ , які розраховані за формулами (4.8), (4.4) від температури *T*. При обраних параметрах моделі ці критичні швидкості близькі за величиною і тому на рисунку знаходяться близько одна до іншої. Тому на вставці до рисунка додатково приведений його збільшений фрагмент, де можна бачити, що залежності  $V_{c0}(T)$  і  $V_c^0(T)$  не співпадають.



Рис. 4.3. Фазова діаграма з областями рідинного (SF) і сухого (DF) тертя при параметрах рис. 4.2 і  $h = 10^{-9}$  м,  $\tau_{\varepsilon} = 10^{-8}$  с

У випадку відносного руху поверхонь тертя із фіксованою відносною швидкістю при  $V > V_{c0}$  мастило рідиноподібне і реалізується режим рідинного тертя SF. В області  $V < V_0$  мастило має твердоподібну структуру. Між кривими на рис. 4.3 потенціал  $f(\varphi)$  має два мінімуми, що розділені максимумом (див. рис. 4.2, тому стан мастила в цій області є невизначеним і залежить від початкових умов.

Таким чином, рис. 4.3 є фазовою діаграмою з двома стаціонарними режимами тертя. Відстань між кривими на рисунку по горизонталі при постійній швидкості є шириною гістерезису  $\Delta T = T_{c0} - T_c^0$ , яка при обраних параметрах моделі є сталою величиною і у позначках рис. 4.1  $\Delta T = T_A - T_E \approx 2,045$  К. Відстань між кривими показаними на рис. 4.3 по вертикалі (T = const) є шириною гістерезису  $\Delta V = V_{c0} - V_c^0$ , яка залежить від значення температури *T*. Ця залежність показана на нижній панелі рис. 4.3. Діаграму, що наведена на верхній панелі рисунка 4.3 також можна інтерпретувати як залежність критичних температур  $T_{c0}$  і  $T_c^0$  від швидкості зсуву *V*. Подібну поведінку показує інша термодинамічна модель [122].

# 4.2. Сила тертя

Напруження, що виникають в шарі мастила, складаються з пружної  $\sigma_{el}$  та в'язкої  $\sigma_v$  компонент [46]. Пружна складова  $\sigma_{el}$  визначається за формулою (2.12), а для визначення в'язкої компоненти скористаємось емпіричною формулою (2.8) [55, 104, 120, 133]

Силу тертя F визначимо як добуток повних напружень  $\sigma = \sigma_{el} + \sigma_v$  та площі контакту поверхонь A. З урахуванням (2.12), (2.8) матимемо [50, 120, 133]:

$$F = \left[\sigma_{el} + \operatorname{sgn}(V) \left(\frac{|V|}{h}\right)^{\gamma+1}\right] A.$$
(4.9)

Рисунок 4.4, *а* показує, що з ростом температури сила тертя в системі зменшується [47, 48]. Тут штрихові криві відповідають рідиноподібній структурі мастила, суцільні – твердоподібній. Пунктирні ділянки відповідають нестійкому стаціонарному стану (максимуму потенціалу (4.1)). Причому в області твердоподібної структури мастила (суцільні ділянки кривих  $T_{1-3}$ ) неперервне спадання відбувається до досягнення температурою критичного начення плавлення  $T_{c0}$ . Як це добре видно зі вставки до рисунка, при  $T > T_{c0}$ 

мастило плавиться і сила тертя стрибкоподібно спадає (стрілка вниз на вставці до рис. 4.4, *а*). Подальше зменшення *F* при зростанні *T* відбувається плавно. Якщо зменшувати навпаки, температуру мастила, починаючи 3 рідиноподібного стану, тверднення відбувається при іншому значенні Т тертя F стрибкоподібно збільшується (стрілка вгору на вставці до рис. 4.4, а). Відмітимо, що зростання максимального значення сили тертя при T = 0 К відбувається від першої кривої до другої на рис. 4.4, а, що можна побачити, якщо продовжити ці криві до нульвої температури. Максимальне значення буде при швидкості  $V \approx 1,13$  мкм/с. З подальшим збільшенням швидкості сила тертя зменшується і крива Т<sub>3</sub> вже побудована при значенні швидкості близькому до критичного ( $V_{c0}(T) \approx 1,764$  мкм/с). Крива  $T_4$  побудована при значенні швидкості вище критичного, при якому навіть при нульовій температурі мастило рідиноподібне.



Рис. 4.4. Залежність сили тертя *F* (4.9) від температури мастила *T* і швидкості зсуву *V* при параметрах рис. 4.1 і  $\gamma = -2/3$ ,  $A = 3 \ 10^{-9} \ \text{m}^2$ ,  $k = 2 \ 10^5 \ \Pi a \cdot c^{1/3}$ ,  $\tau_{\varepsilon} = 10^{-8} \ \text{c}$ ,  $h = 10^{-9} \ \text{m}$ : а – криві 1–4 відповідають сталим швидкостям зсуву *V* = 0,5; 1,0; 1,7; 2,6 мкм/с; б – криві 1–4 відповідають фіксованим значенням температури *T* = 200; 250; 290; 320 К, відповідно

На рис. 4.4,  $\delta$  показано, що з ростом швидкості зсуву V сила тертя F спочатку зростає [31, 47, 78, 80] (криві V1-3) за рахунок росту обох компонент напружень. Після того як F досягає максимального значення, вона спадає [47, 80], оскільки пружна компонента напружень  $\sigma_{el}$  зменшується швидше, ніж росте в'язка  $\sigma_v$ . При досягненні критичного значення швидкості  $V = V_{c0}$  мастило плавиться і сила тертя стрибкоподібно зменшується (стрілка вниз на вставці на рис. 4.4, *б*) [91]. Як і на залежності F(T) після вказаного переходу при зменшенні швидкості зсуву мастило затвердне при меншому критичному значенні швидкості  $V = V_c^0$  [91]. Крива  $V_4$  побудована при температурі для якої мастило має рідиноподібну структуру навіть при нульовій швидкості зсуву.

Для більш детального аналізу на рис. 4.5 показані залежності сили тертя F (4.9) від швидкості зсуву V в подвійних логарифмічних координатах в широкому діапазані швидкостей  $V = 10^{-13} \div 10^8$  м/с. При наднизьких швидкостях зсуву  $V < 10^{-9}$  м/с сила тертя генерується лише за рахунок в'язких напружень, оскільки  $\sigma_v$  пропорційні  $V^{-1/3}$ , а пружні напруження  $\sigma_{el}$  – пропорційні V, яка при цьому мала, тому вклад останніх незначний.



Рис. 4.5. Залежність сили тертя F (4.9) від швидкості зсуву V при параметрах рис. 4.4, криві  $T_{1-3} = 50$ ; 100; 150 К, відповідають фіксованим значенням температури, відповідно

У даному випадку сила тертя  $F \rightarrow 0$ , але нульових значень набуває при ще менших значеннях швидкості зсуву ( $V \rightarrow 0$ ). На рис. 4.4,  $\delta$  дана залежність представлена «вертикальною» ділянкою на кривих F(V). Описана ситуація відповідає наявності в системі статичного тертя, коли при V = 0 сила тертя F = 0, хоча в нашій моделі згідно з (4.9) при V = 0 сила тертя F = 0, тому називатимемо ненульову силу тертя при таких швидкостях квазістатичною. Підвищення швидкості V приводить до збільшення вкладу пружної компоненти  $\sigma_{el}$ . На рис.4.5 це відображено пікоподібним зростанням сили тертя *F*, що більш детально зображено на рис. 4.4, *б*. Температура мастила зростає від кривої  $T_1$  до  $T_3$ . Як видно на вставці до рисунка, підвищення температури *T* приводить до зменшення висоти піка *F*(*V*) [11, 55, 57, 58]. При перевищенні критичного значення  $V_{c0}$  мастило плавиться, вклад від пружних напружень стає несуттєвим ( $\sigma_{el}/\sigma < 10^{-4}$ ) і подальше зростання сили тертя здійснюється в основному за рахунок в'язкої складової.

# 4.3. Кінетика плавлення та переривчастий режим

Для досліждення кінетики трибологічної системи, зображеної на рис. 2.1, скористаємось релаксаційним рівнянням Ландау-Халатнікова [116], записаному у такому вигляді

$$\tau_{\varphi}\dot{\varphi} = -\frac{\partial f}{\partial\varphi},\tag{4.10}$$

де величина τ<sub>φ</sub> відіграє роль часу релаксації параметра порядка. Підставляючи в (4.10) енергію (4.1), отримаємо рівняння у явному вигляді

$$\tau_{\varphi}\dot{\varphi} = a + 2\alpha \left(T - T_{c}\right)\varphi - b\varphi\varepsilon_{el}^{2} + c\varphi^{2} - d\varphi^{3}.$$
(4.11)

Для дослідження динаміки трибологічної системи будемо розглядати часові залежності головних параметрів. Для цього методом Ойлера-Кромера проінтегруємо систему рівнянь (2.1) і (4.11), врахувавши зв'язок  $\dot{X} = V$ . Сила тертя *F* в системі визначається з (4.9), натягнення пружини  $\Delta X - 3$  (2.2), пружні напруження  $\sigma_{el} - 3$  (2.12), (2.20). Крок інтегрування за часом обирається  $\Delta t = 10^{-9}$  с.

Результат розрахунків представлений на рис. 4.6. Тут обираються початкові значення  $X_0 = \Delta X_0 = V_0 = 0$ ,  $\varphi_0 = 0,5$ . У початковий момент часу блок нерухомий і мастило твердоподібне. При t > 0 зовнішній привід починає рух зі сталою швидкістю  $V_0 = 0,8$  мкм/с.



Рис. 4.6. Залежності координати верхнього блока *X*, довжини розтягнення пружини  $\Delta X$ , сили тертя *F* (4.9), швидкості руху *V*, параметра порядку  $\varphi$  від часу *t* при параметрах рис. 4.4 і M = 0,4 кг, K = 2000 H/м,  $\tau_{\varphi} = 0,01$  Дж·с/м<sup>3</sup>, T = 230 K,  $V_0 = 0,8$  мкм/с

Сам блок також рухається, але його швидкість значно менша, ніж  $V_0$  [90], оскільки руху блока перешкоджає сила тертя F, що виникає міє поверхнями. При цьому пружина розтягується. Зі збільшенням натягу пружини (рис. 4.6, *a*) поступово зростає і швидкість проковзування блока V (рис. 4.6, б) [34]. Це приводить до зростання пружних напружень  $\sigma_{el}$  і сили тертя F (рис. 4.6, в) [90], але значення параметра порядку  $\varphi$  зменшується (рис. 4.6, z). При перевищенні швидкістю критичного значенння  $V_{c0}$ , яке для температури T = 230 K складає  $V_{c0} \approx 0,902$  мкм/с мастило плавиться. Параметр порядку стрімко набуває значення  $\varphi \approx 10^{-4}$ . Пружні напруження, які пропорційні квадрату параметра порядку, також стають близькими до нуля (рис. 4.6, г). Сила тертя різко зменшується, а швидкість блока стрімко зростає (рис. 4.6, б) [34, 90], що приводить до різкого збільшення в'язкої компоненти напружень, і, відповідно, до збільшення сили тертя F (рис. 4.6, e). Блок проковзує на значну відстань [34, 90], натягнення пружини зменшується і поступово зменшується швидкість блока V. При цьому параметр порядку збільшується до значення, яке близьке до першого мінімуму потенціалу (4.1). При виконанні умови  $V < V_c^0 \approx 0,89$  мкм/с мастило твердне [90], а параметр порядку стрімко набуває значення, яке відповідає другому мінімуму потенціалу (4.1). Пружні напруження  $\sigma_{el}$  збільшуються, що призводить до зростання сили тертя F (рис. 4.6, e). При цьому на залежності V(t) спостерігається різке зменшення швидкості [34, 90]. Далі цей процес періодично повторюється, але час до другого плавлення є меншим, оскільки значення параметрів  $\Delta X$  та V відмінні від нуля. На залежності F(t) в момент плавлення сила тертя стрибкоподібно зменшується, а в момент тверднення відбувається її стрімке зростання, що на рисунку виглядить як вертикальні ділянки залежності. Причини такої поведінки детально описані в [120].

# 4.4. Вплив квазістатичної сили тертя

В експериментальній роботі [79] показано, що в режимі межового тертя спостерігаються так звані «ефекти пам'яті». Ці ефекти також проявляються у тому, що час встановлення стаціонарного режиму руху після тимчасової зупинки зовнішнього приводу менший, ніж при початковому увімкненні зовнішнього приводу. Зокрема, у роботі [11] вивчається подібна трибосистема. Після встановлення стаціонарного режиму рідинного тертя, привід зупиняється на час  $\tau_s \approx 60$  с. При цьому спостерігається часткова релаксація сили тертя. Після повторного приведення зовнішнього приводу в дію на залежності F(t)спостерігається максимум, після чого знову встановлюється режим рідинного тертя SF [11, 78]. Причому висота максимума на залежності F(t) зростає із часом зупинки приводу  $\tau_s$  [11, 78, 90], а якщо час  $\tau_s$  перевищує деяке критичне значення, висота максимуму далі не збільшується [90]. У роботі [79] проведено досліження при преривчастому русі блока. Після зупинки зовнішнього приводу сила тертя також релаксує, а після приведення в дію приводу в системі знову встановлюється переривчастий режим тертя, проте перший максимум на залежності F(t) значно вищий за решту [79].

На рис. 4.7 приведені розраховані залежності сили тертя F та параметра порядку  $\varphi$  від часу t. Температура мастила збільшується від панелі рис. 4.7, a до рис. 4.7, c. Протягом перших 20 с вільний кінець пружини рухається зі сталою

швидкістю  $V_0 = 0.8$  мкм/с, далі протягом часу  $\tau_s = 160$  с привід нерухомий, після чого він рухається знову зі швидкістю  $V_0 = 0.8$  мкм/с.

Рисунок 4.7, *а* відповідає температурі  $T_1 = 100$  К і на початковому етапі встановлюється переривчастий режим руху. Час до першого акту плавлення складає  $t_{melt1} \approx 12,82$  с. Після зупинки зовнішнього приводу блок продовжує рух за рахунок розтягнутої пружини, при цьому спостерігається релаксація сили тертя.



Рис. 4.7. Залежності сили тертя F (4.9) і параметра порядку (на вставках) від часу t при параметрах рис. 4.6. Швидкість зовнішнього приводу  $V_{01} = V_{03} = 0.8$  мкм/с,  $V_{02} = 0$  м/с. Температури мастила на панелях – дорівнюють  $T_{1-4} = 100, 250, 290, 320$  K, відповідно

Варто відмітити, що швидкість блока також зменшується, але не стає нульовою, проте у часовій границі  $t \to \infty$  швидкість  $V \to 0$ . Тобто в цьому випадку на реальних часах спостерігання F(t) = 0, тому можна вважати, що при зупинці приводу встановлюється квазістатична сила тертя, яка не залежить від швидкості. У момент часу t = 180 с зовнішній привід приводиться в рух. У системі знову встановлюється stick-slip режим. У даному випадку час до першого плавлення складає  $t_{melt2} \approx 12,5$  с. Як бачимо час виходу на стаціонарний режим зменшився.

Рис.4.7, б побудовано при більшому значенні температури  $T_2$ = 250 К. У даному випадку в системі спостерігається однократне плавлення мастила і

встановлення режиму рідинного тертя SF [11, 78]. Причому під час плавлення параметр порядку стрімко набуває нульового значення. після чого встановлюється режим зі значенням  $\varphi$  відмінним від нуля ( $\varphi \approx 0.0272$ ). Тут мастило вважається рідиноподібним і значення  $\varphi$  відповідає першому мінімуму потенціалу  $f(\phi)$  (4.1). Після зупинки вільного кінця пружини мастило твердне, а параметр порядку  $\varphi$  різко набуває більшого значення, яке відповідає другому мінімуму залежності  $f(\phi)$ . У даному випадку час до першого плавлення при початковому увімкненні зовнішнього приводу складає  $t_{melt1} \approx 4,14$  с, а час до першого плавлення після повторного увімкнення приводу зменшується до величини  $t_{melt2} \approx 3.92$  с. Варто також відмітити, що час до першого плавлення залежить від температури мастила, наприклад, при значенні T = 230 К, при якому ще спострігається stick-slip режим руху, дані часи складають  $t_{melt1} \approx 10,28 \text{ c}$  та  $t_{melt2} \approx 9,22 \text{ c}$ .

Панелі в і г побудовані при ще більших значеннях температур та демонструють подібні залежності. Проте, підвищення температури приводить до зменшення максимального значення сили тертя F [8, 11, 12, 55, 81, 121] та стаціонарних значень параметра порядку  $\varphi$ . Рис. 4.7, в побудований при температурі  $T_3 = 290$  К, яка є критичною для мастила  $T_c$ , коли воно перебуває в звичайному стані. Якщо мастило затиснуте між атомарно-гладкими поверхнями і його товщина складає всього кілька атомарних діаметрів (межове мастило), то його температура плавлення і тверднення може перевищувати значення Т<sub>с</sub>. У рамках нашої моделі цю особливість дозволяє врахувати перший лінійний доданок в залежності вільної енергії (4.1). При обраних параметрах критичні температури складають  $T_{c0} = 320,4$  К та  $T_c^0 \approx 302,2$  К. Тому поведінка мастила на рис. 4.7, в подібна до зображеної на рис. 4.7, б. При цьому стаціонарні значення параметра порядку для першого і другого мінімумів складають  $\varphi \approx 0,0028$  та  $\varphi \approx 0,3281$ , відповідно. Рис. 4.7, г побудований при температурі  $T_4 = 320 \text{ K} > T_{c0}$ . У даному випадку під час зсуву реалізується стаціонарне значення параметра порядку  $\varphi_0 \approx 0.0024$ , а після зупинки зовнішнього приводу  $\varphi_0 \approx 0.0192$ . Обидва значення відповідають першому мінімуму потенціалу

 $f(\varphi)$  (4.1) (див. рис. 4.1 при температурі  $T > T_A$ ), а відрізняються вони оскільки під час руху і зупинки реалізуються різні значення зсувної деформації  $\varepsilon_{el}$  (2.20), від якої згідно з (4.2) залежить значення  $\varphi_0$ .

Як уже зазначалось вище, висота піка  $\Delta F$  на часовій залежності F(t) перед плавленням мастила залежить від часу зупинки зовнішнього приводу  $\tau_s$ . В рамках нашої моделі така особливість може бути продемонстрована при варіації часів релаксації  $\tau_{\varphi}$ . На рис. 4.8 представлені залежності сили тертя F(t)для чотирьох значень  $\tau_{\varphi}$  при трьох різних значеннях часів зупинки зовнішнього приводу  $\tau_s$ . Дані залежності подібні до отриманих в роботі [79] рис. 1.6. До першої штрихової лінії на всіх панелях представлений вихід системи на стаціонарний режим рідинного тертя, оскільки  $V_0 > V_{c0} \approx 0,78$  мкм/с. Після плавлення мастило залишається рідиноподібним. У момент часу t = 20 с зовнішній привід зупиняється на час  $\tau_{s1} = 1$  с, після чого його знову приводять в дію. Як бачимо з рисунка, на залежностях F(t) після зупинки протягом  $\tau_{s1}$  пік сили тертя спостерігається лише для найменшого часу релаксації  $\tau_{\varphi} = 0,01$ Дж·с/м<sup>3</sup>. Висота цього піка така ж як і висота попереднього [90].



Рис. 4.8. Залежності повної сили тертя *F* від часу *t* при параметрах рис. 4.4 і T = 250 K,  $V_0 = 1$  мкм/с,  $\tau_{\varphi} = 0,01$ ; 100; 200; 1000 Дж·с/м<sup>3</sup>,  $\tau_{s1-s3} = 1$ ; 3,5; 10 с, і поступовому збільшенні часу зупинки зовнішнього приводу

Для решти часів релаксації зупинка протяжністю 1 с не приводить до тверднення мастила [90]. Далі, в момент часу *t* = 40 с зовнішній привід
зупиняється на час  $\tau_{s2} = 3,5$  с. За час зупинки  $\tau_{s2}$  мастило встигає затвердіти також і у випадку  $\tau_{\varphi} = 100 \ \text{Дж·c/m}^3$ , тому що висота піка  $\Delta F$  така сама як і до початкового плавлення [90]. При значенні  $\tau_{\varphi} = 200 \ \text{Дж·c/m}^3$  (рис. 4.8, *e*) після зупинки протягом  $\tau_{s2}$  реалізується менша висота піка, оскільки за час зупинки мастило твердіє частково, а параметр порядку не встигає набути значення, що відповідає першому піку на залежності F(t) [90]. Зупинка приводу тривалістю  $\tau_{s3} = 10$  с (60 с < t < 70 с) приводить до повного тверднення мастила у випадках  $\tau_{\varphi} = 0,01$ ; 100 та 200 Дж·с/м<sup>3</sup>. Для четвертого випадку  $\tau_{\varphi} = 1000 \ \text{Дж·с/m}^3$  зупинки приводять лише до часткового тверднення. Таким чином, врахування квазістатичної компоненти сили тертя дозволило описати залежність висоти піка  $\Delta F$  на часовій залежності F(t) від часу зупинки. Варто відмітити, що «гострота» піків істотно залежить від жорсткості пружини *K*. Зі збільшенням жорсткості зростає пружна сила, тому процес плавлення відбувається швидше і пік виглядає більш «гострим».

## Висновки до розділу 4

1. У даному розділі проводиться подальша модифікація, яка базується на врахуванні лінійного доданку в розкладенні термодинамічного потенціалу, моделі плавлення мастила. Використання модифікованого розкладу вільної енергії дозволяє описати наявність в системі квазістатичної компоненти сили тертя.

2. При аналізі потенціалу знайдено критичні значення температур і швидкостей плавлення і тверднення мастила, які у випадку реалізації фазового переходу першого роду мають різні значення, а при фазовому переході другого роду співпадають. Визначено співвідношення між параметрами, за яких реалізуються фазові переходи першого або другого роду.

3. Побудовано залежності сили тертя від температури мастила і відносної швидкості руху поверхонь. Описано так звані «ефекти пам'яті», при яких поведінка системи в наступний момент часу залежить від попереднього. Отримані залежності якісно співпадають з експериментальними даними.

## ВИСНОВКИ

Основні результати дисертації представлені наступними висновками:

1.На основі теорії фазових переходів Ландау першого роду проведено подальшу модифікацію термодинамічної моделі плавлення ультратонкої плівки мастила, що затиснута між двома атомарно-гладкими твердими поверхнями. Показано, що в широкому діапазоні параметрів окрім двох кінетичних режимів рідиноподібного твердоподібного реалізація та тертя стає можлива переривчастого режиму руху, при якому мастило періодично плавиться і твердне. Показано, що при збільшенні швидкості зсуву зовнішнього приводу в системі збільшується частота фазових переходів між рідиноподібним і твердоподібним станами. З'ясовано, що з перевищенням температурою мастила або швидкістю зсуву блока критичних значень переривчастий режим зникає і встановлюється кінетичний режим ковзання зі сталою швидкістю.

2.Показано, що за наявності пружини в трибологічній системі гістерезис на залежності сили тертя від температури і швидкості мають різні властивості. Так, гістерезис на залежності сили тертя від швидкості зсуву блока при обраних параметрах системи можливий лише при дуже повільному збільшенні швидкості вільного кінця пружини, коли швидкість блока в твердоподібному стані мастила буде встигати релаксувати до значення швидкості вільного кінця пружини.

3.У результаті дослідження впливу температури мастила, коефіцієнта жорсткості пружини і коефіцієнта пропорційності k між в'язкістю та градієнтом швидкості на поведінку простого механічного аналогу трибологічної системи при періодичній зовнішній дії встановлено, що для псевдопластичних рідин з ростом температури мастила пружні напруження і сила тертя в системі зменшуються. Виявлено, що при збільшенні коефіцієнта жорсткості пружини сила тертя і напруження зростають для всіх типів мастил та при зростанні коефіцієнта пропорційності k для псевдопластичних рідин максимальні напруження суттєво не змінюються, а сила тертя зростає. 4.У рамках моделі фазового переходу другого роду враховано залежність в'язкості полімерних мастил від температури і градієнта швидкості. Побудована залежність сили тертя від часу при довготривалій зупинці зовнішнього приводу. Установлено, що перехід між режимами сухого, переривчастого і рідинного тертя відбувається при підвищенні швидкості зсуву зовнішнього приводу і/або температури мастила, а також, що переривчастий режим зникає при використанні алканів більшої довжини при нижчих температурах, ніж при використанні коротких алканів. Тому мастила з більшою в'язкістю сприяють меншому зношуванні поверхонь тертя (раніше зникає stick-slip режим).

5.Урахований лінійний доданок V розкладенні термодинамічного потенціалу В ряд за степенями параметра порядку. Використання модифікованого розкладу вільної енергії дозволяє описати наявність в системі квазістатичної компоненти При аналізі сили тертя. термодинамічного потенціалу визначено співвідношення між параметрами, за яких реалізуються фазові переходи першого або другого роду, в тому числі знайдено критичні значення температур і швидкостей плавлення та тверднення мастила, для фазових переходів першого та другого родів.

6.Установлено, що збільшення площі контакту, що можна умовно вважати як різне навантаження на трибологічну систему приводить до зростання максимальних значень сили тертя та зменшення частоти фазових переходів. Отримані результати розрахунків якісно співпадають з експериментальними роботами інших авторів та теоретичними даними, отриманими за допомогою методів молекулярної динаміки.

## ПРИМІТКИ

Вважаю своїм приємним обов'язком висловити щиру подяку науковому керівнику канд. фіз.-мат. наук, доценту Ляшенку Я. О. за вибір тематики, керівництво, зацікавленість до роботи і постійну допомогу та підтримку.

Особлива подяка за неоціненну допомогу, наукові ідеї, консультації, обговорення результатів д-р. фіз.-мат. наук, професору Хоменку Олексію Віталійовичу.

Виражаю щиру подяку всьому колективу кафедри моделювання складних систем за підтримку, допомогу та активне обговорення результатів дисертаційної роботи на наукових семінарах.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- Israelachvili J. Adhesion forces between surfaces in liquids and condensable vapours / J. Israelachvili // Surface Science Reports. – 1992. – Vol. 14, № 3. – P. 109-159.
- Yamada S. Nanotribology of symmetric and assymetric liquid lubricants / S. Yamada // Symmetry. – 2010. – P. 320-345.
- 3. Granik S. Motions and relaxations of confined liquids / S. Granik // Science. 1991. Vol. 253. P. 1374-1379.
- Robbins M. O. Computer simulations of friction, lubrication and wear / M. O. Robbins, M. H. Muser; edited by B. Bhushan // Modern Tribology Handbook. – Boca Raton, FL: CRC Press, 2001. – P. 717-765.
- Klein J. Confinement-induced phase transitions in simple liquids / J. Klein,
   E. Kumacheva // Science. 1995. Vol. 269. P. 816-819.
- Heuberger M. Density fluctuations under confinement: When is a fluid not a fluid? / M. Heuberger, M. Zach, N. D. Spencer // Science. 2001. Vol. 292. P. 905-908.
- Yamada S. Layering transitions and tribology of molecularly thin films of poly (dimethylsiloxane) / S. Yamada // Langmuir. – 2003. – Vol. 19. – P. 7399-7405.
- Berman A. D. Origin and characterization of different stick-slip friction mechanisms / A. D. Berman, W. A. Ducker, J. N. Israelachvili // Langmuir.– 1996. – Vol. 12, № 19. – P. 4559–4563.
- Persson B. N. J. Sliding friction. Physical principles and applications / B. N. J. Persson. – Berlin: Springer-Verlag, 2000. – 515 p.
- Попов В.Л. Механика контактного взаимодействия и физика трения: От нанотрибологии до динамики землетрясений / В. Л. Попов – Москва: Физматлит, 2013. – 352 с.
- 11. Yoshizawa H. Fundamental mechanisms of interfacial friction. 1. Relation between adhesion and friction / H. Yoshizawa, Y. -L. Chen, J. Israelachvili //

Journal of Physical Chemistry. – 1993. – Vol. 97, № 16. – P. 4128-4140; Yoshizawa H. Fundamental mechanisms of interfacial friction. 2. Stick-slip friction of spherical and chain molecules / H. Yoshizawa, J. Israelachvili // Journal of Physical Chemistry. – 1993. – Vol. 97, № 43. – P. 11300-11313.

- Yang C.-R. Tribological behavior of reciprocal friction drive system under lubricated contact / C.-R. Yang, Y.-C. Chiou, R.-T. Lee // Tribology International. – 1999. – Vol. 32. – P. 443-453.
- Bhushan B. Wear and mechanical characterisation on micro- to picoscales using AFM / B. Bhushan // International Materials Reviews. – 1999. – Vol. 44. – P. 105–117.
- 14. Tunneling through a controllable vacuum gap / [G. Binnig, H. Rohrer, Ch. Gerber, E. Weibel] // Applied Physics Letters. 1982. Vol. 40, № 2. P. 178-179.
- 15. Controlled manipulation of nanoparticales with an atomic force microscope / [T. Junno, K. Deppert, L. Montelius, L. Samuelson] // Applied Physics Letters. 1995. Vol. 66, № 26. P. 3627-3629.
- 16. Manipulation of Ag nanoparticles utilizing noncontact atomic force microscopy / [M. Martin, L. Roschier, P. Hakonen et al.] // Applied Physics Letters. – 1998. – Vol. 73, № 11. – P. 1505-1507.
- 17. System errors quantitative analysis of sample-scanning AFM / [X. J. Tian, N. Xi, Z. L. Dong, Y. C. Wang] // Ultramicroscopy. 2005. Vol. 105. P. 336- 342.
- Velocity dependence of atomic friction / [E. Gnecco, R. Bennewitz, T. Gyalog et al.] // Physical Review Letters. – 2000. – Vol. 84. – P. 1172-1175.
- Koinkar V. N. Micro/nanoscale studies of boundary layers of liquid lubricants for magnetic disks / V. N. Koinkar, B. Bhushan // Journal of Applied Physics. –1996.
   Vol. 79 – P. 8071–8075.
- 20. Braiman Y. Control of friction at the nanoscale / Y. Braiman, J. Barhen,
  V. Protopopescu // Physical Review Letters. 2003. Vol. 90, № 9. P. 094301 (8 p.).

- 21. Socoliuc A. Atomic-scale control of friction by actuation of nanometer-sized contacts / [A. Socoliuc, E. Gnecco, S. Maier et al.] // Science. 2006. Vol. 313. P. 207-210.
- 22. Suppression of friction by mechanical vibrations / [R. Capozza, A. Vanossi, A. Vezzani, S. Zapperi] // Physical Review Letters. 2009. Vol. 103, № 8. P. 085502 (4 p.).
- 23. Iizuka H. Control mechanism of friction by dynamic actuation of nanometer-sized contacts / H. Iizuka, J. Nakamura, A. Natori // Physical Review B. 2009. Vol. 80, № 15. P. 155449 (8 p.).
- 24. Guo Y. Lyapunov stability and precise control of the frictional dynamics of a one- dimensional particle array / Y. Guo, Z. H. Qu, Z. Y. Zhang // Physical Review B. 2006. Vol. 73, № 9. P. 094118 (5 p.).
- 25. Guo Y. Control of frictional dynamics of a one-dimensional particle array /
  Y. Guo Z. H. Qu // Automatica. 2008. Vol. 44. P. 2560-2569.
- 26. Thin film rheology and tribology of confined polymer melts: contrasts with bulk properties / [G. Luengo, F.-J. Schmitt, R. Hill, J. Israelachvili] // Macromolecules. 1997. Vol. 30. P. 2482-2494.
- 27. Israelachvili J. Dynamic properties of molecularly thin liquid films // J. Israelachvili, P. M. McGuiggan, A. M. Homola // Science. – 1988. – Vol. 240. – P. 189-191.
- 28. van Alsten J. Molecular tribometry of ultrathin liquid films / J. van Alsten,
  S. Granick // Physical Review Letters. 1988. Vol. 61. P. 2570-2573.
- 29. Measurement and characterization of "resonance friction" at high sliding speeds in a model automotive wet clutch / [X. Banquy, D. D. Lowrey, N. Belman et al.]// Tribology Letters. – 2011. – Vol. 43. P. 185-195.
- Lee D. W. Stick-slip friction and wear of articular joints / D. W. Lee, X. Banquy,
   J. N. Israelachvili // Proceeding of the National Academy of Science of the
   United States of America. 2013. P. E567-E574.
- 31. The boundary lubrication og chemically grafted and cross-linked hyaluronic acid in phosphate buffered saline and lipid solutions measured by the surface forces

apparatus / [J. Yu, X. Banquy, G.W. Green, D.D. Lowrey, J.N. Isrealachvili] // Langmuir. – 2012. – Vol. 28. – P. 2244-2250.

- 32. Yu J. Adhesion of mussel foot protein-3 to TiO2 surfaces: The effect of pH / [J. Yu, W. Wei, M. S. Menyo et al.] // Biomacromolecules. 2013. Vol. 14, № 4. P. 1072–1077.
- 33. Adhesion of mussel foot proteins to different substrate surfaces. / [Q. Y. Lu, E. Danner, J. H. Waite et al.] // Journal of The Royal Society Interface. 2013. Vol. 10, № 79. P. 20120759 (11 p.).
- 34. Rate and state dependent friction laws and the prediction of earthquakes: What can we learn from laboratory models / [V. L. Popov, B. Grzemba, J. Strarcevic, M. Popov] // Tectonophysics. 2012. Vol. 532-535. P. 291-300.
- 35. Brace W. F. Stick-slip as a mechanism for earthquakes / W. F. Brace,
  J. D. Byerlee // Science. 1966. Vol. 153, № 3739. P. 990-992.
- 36. Accelerated creep as a precursor of friction instability and earthquake prediction /
  [V. L. Popov, B. Grzemba, J. Starcevic, C. Fabry] // Physical Mesomechanics. –
  2010. Vol. 13, № 5,6. P. 283–291.
- 37. Sivebaek I. M. Velocity dependence of friction of confined hydrocarbons /
  I. M. Sivebaek, V. N. Samoilov, Bo N. J. Persson // Langmuir. 2010. Vol. 26,
  № 11. P. 8721-8728.
- Sivebaek I. M. Frictional properties of confined polymers / I. M. Sivebaek,
   V. N. Samoilov, B. N. J. Persson // The European Physical Journal E. 2008. –
   Vol. 27. P. 37-46.
- 40. Thompson P. A. Origin of stick-slip motion in boundary lubrication /
  P. A. Thompson, M. O. Robbins // Science. 1990. Vol. 250. P. 792–794.
- 41. Muser M. H. Statistical mechanics of static and low-velocity kinetic friction / M. H. Muser, M. Urbakh, M. O. Robbins // Advances In Chemical Physics. 2003. Vol. 126. P. 187–272.

- 42. He G. Adsorbed layers and the origin of static friction / G. He, M. H. Muser, M. O. Robbins // Science. 1999. Vol. 284. P. 1650–1652.
- 43. Gao J. P. Friction control in thin film lubrication / J. P. Gao, W. D. Luedtke, U. Landman // Journal of Physical Chemistry B. 1998. Vol. 102. P. 5033 5037.
- 44. Frictional forces and Amontons' Law: from the molecular to the macroscopic scale / [J. P. Gao, W. D. Luedtke, D. Gourdon et al.] // Journal of Physical Chemistry B. 2004. Vol. 108. P. 3410 3425.
- 45. Popov V. L. A Theory of the transition from static to kinetic friction in boundary lubrication layers / V. L. Popov // Solid State Commun. 2000. Vol. 115. P. 369-373.
- 46. Попов В. Л. Термодинамика и кинетика плавления сдвигом тонкого слоя смазки, заключенного между твердыми телами / В. Л. Попов // Журнал технической физики. – 2001. – Т. 71, № 5. – С. 100-110.
- 47. Fajardo O. Y. Friction through reversible jumps of surface / O. Y. Fajardo,
  I. Barel, M. Urbakh // Journal of Physics: Condens. Matter. 2014. Vol. 26.
  P. 315005 (7 p.).
- 48. Filippov A. E. Origin of friction anisotropy on a quasicrystal surface / A. E. Filippov, A. Vanossi, M. Urbakh // Physical Review Letters. 2010. Vol. 104. P. 074302 (4 p.).
- 49. Teidelt E. Influence of ultrasonic oscillation on static and sliding friction / E. Teidelt, J. Starcevic, V.L. Popov // Tribology Letter. 2012. Vol. 48. P. 51-62.
- 50. Lyashenko I. A. Thermodynamics and kinetics of boundary friction /
  I. A. Lyashenko, A. V. Khomenko, L. S. Metlov // Tribology International. –
  2011. Vol. 44, № 4. P. 476-482.
- Persson B. N. J. On the origin of the transition from slip to stick / B. N. J. Persson, V. L. Popov // Solid State Communications. – 2000. Vol. 114. – P. 261-266.

- Ruina A. Slip instability and state variable friction laws / A. Ruina // Journal of Geophysical Research. – 1983. – Vol. 88. – P. 10359–10370.
- 53. Lemaitre A. Rearrangements and dilatancy for sheared dense materials /
  A. Lemaitre // Physical Review Letters. 2002. Vol. 89. P. 195503 (4 p.).
- 54. Filippov A. E. Friction through dynamical formation and rupture of molecular bonds / A. E. Filippov, J. Klafter, M. Urbakh // Physical Review Letters. 2004.
   Vol. 92, № 13. P. 135503 (4).
- 55\*. Ляшенко Я. О. Переривчастий режим межового тертя як фазовий перехід першого роду / Я. О. Ляшенко, А. М. Заскока // Український фізичний журнал. 2013. Т. 58, № 1. С. 92-103.
- 56\*. Ляшенко Я. О. Плавлення ультратонкої плівки мастила між атомарногладкимитвердими поверхнями як фазовий перехід другого роду / Я. О. Ляшенко, А. М. Заскока // Журнал фізичних досліджень. — 2013. — Т. 17, № 1. – С. 1002 (7 с.).
- 57\*. Lyashenko I. A. Hysteresis behavior in the stick-slip mode at the boundary friction / I. A. Lyashenko, A. V. Khomenko, A. M. Zaskoka // Tribology Transactions. — 2013. – V. 56. – P. 1019-1026.
- 58\*. Ляшенко Я. А. Учет универсальной зависимости вязкости граничной смазки от температуры и скорости деформации при описании особенностей stop- start-экспериментов / Я. А. Ляшенко, А. Н. Заскока // Журнал технической физики. 2015. Т. 85, № 7. С. 69-76.
- 59\*. Заскока А. Н. Учет температурной зависимости вязкости неньютоновских смазок в модели граничного терния при фазовом переходе второго рода / А. Н. Заскока, Я. А. Ляшенко // Физическая мезомеханика. — 2014. — Т. 17, № 2. — С. 93-100.
- 60\*. Заскока А. Н. Неньютоновское поведение ультратонкой пленки смазки между двумя атомарно-гладкими поверхностями в процессе граничного трения / А. Н. Заскока, Я. А. Ляшенко, А. В. Хоменко // Материалы IV Международной научно-инновационной конференции ["Современные твердофазные технологии: теория, практика и инновационный

менеджмент"], (Тамбов, Россия, 24-26 октября 2012 г.). – 2012. — С. 190-192.

- 61\*. Lyashenko I. A. Hysteresis phenomena in the stick-slip motion at the boundary friction mode / I. A. Lyashenko, A. V. Khomenko, A. M. Zaskoka, K. S. Zhmaka // Proceeding of the International Conference "Nanomaterials: aplication and properties". 2013. Vol. 2, № 1. P. 01NTF04 (4 p.).
- 62\*. Заскока А. Н. Влияние температурной зависимости вязкости на поведение неньютоновских смазок в режиме граничного трения / А. Н. Заскока, Я. А. Ляшенко, Е. С. Жмака // Материалы V Международной научноинновационной конференции ["Современные твердофазные технологии: теория, практика и инновационный менеджмент"], (Тамбов, Россия, 31 октября – 1 ноября 2013 г.). – 2013. — С. 280-282.
- 63\*. Zaskoka A. Boundary friction thermodynamic model of ultrathin lubricant film confined between two atomically smooth solid surfaces / A. Zaskoka, I. Lyashenko // Proceeding of the International Conference ["Electronics and Nanotechnology"], (Kyiv, 15-18 April 2014). 2014. P. 219-222.
- 64\*. Zaskoka A. M. The viscosity temperature dependence in the boundary friction model under a periodic external action / A. M. Zaskoka, I. A. Lyashenko // Proceeding of the International Conference "Nanomaterials: aplication and properties". 2013. Vol. 3, № 1. P. 01NTF18 (3 p.).
- 65\*. Lyashenko I. Interrupted mode of the boundary friction in the model of shear melting with asymmetric potential / I. Lyashenko, A. Zaskoka // Proceeding of the International Conference ["Electronics and Nanotechnology"], (Kyiv, 21-24 April 2015). – 2015. — P. 252-255.
- 66\*. Заскока А. Н. Определение критических температур плавления и затвердевания смазки в режиме граничного трения при фазовых переходах первого и второго рода / А. Н. Заскока, Я. А. Ляшенко, Е. С. Жмака // Материалы VI Международной научно-инновационной конференции ["Современные твердофазные технологии: теория, практика и

инновационный менеджмент"], (Тамбов, Россия, 29-31 октября 2014 г.). – 2014. — С. 281-283.

- 67\*. Дослідження явищ гістерезису в нанотрибологічних системах / [А. М. Заскока, Я. О. Ляшенко, О. В. Хоменко, І. О. Бережна] // Програма і тези доповідей Міжнародної конференції молодих учених і аспірантів ["ІЕФ-2013"], (Ужгород, 20-23 травня 2013 р.). 2013. С. 230.
- 68\*. Заскока А. Дослідження стійкості стаціонарних режимів та просторової неоднорідності мастила в моделі межового тертя / А. Заскока, Я. О. Ляшенко // Збірка тез XIV Всеукраїнської школи-семінару та конкурсу молодих вчених зі статистичної фізики та теорії конденсованої речовини, (Львів, 4-6 червня 2014 р.). 2014. С. 35.
- 69\*. Заскока А. М. Моделювання кінетичних явищ межового тертя в рамках моделі фазового переходу першого роду / А. М. Заскока, Я. О. Ляшенко // Збірка тез школи-семінару ["Багатомасштабне моделювання фізичних процесів у конденсованих середовищах"], (Суми, 21-22 жовтня 2014 р.). 2014. С. 24.
- Bhushan B. Handbook of nanotechnology / Bhushan B. Berlin: Springer-Verlag, 2010. – 1968 p.
- 71. Gillmor S. Coulomb and the evolution of physics and engineering in eighteenthcentury France / S. Gillmor. – Princeton: Princeton University Press, 1971. – 328 p.
- 72. Popova E. The research works of Coulomb and Amontons and generalized laws of friction / E. Popova, V. L. Popov // Friction. 2015. Vol. 3, № 2. P. 183-190.
- 73. Хоменко А. В. Статистическая теория граничного трения атомарно-гладких твёрдых поверхностей при наличии смазочного слоя / А. В. Хоменко, Я. А. Ляшенко // Успехи физических наук. 2012. Т. 182, № 10 С. 1081-1110.
- 74. Berman A. D. Control and minimization of friction via surface modification. In Micro/Nanotribology and its Applications, NATO Advanced Science Institute

Series / Berman A. D., Israelachvili J. N., Bhushan B., Ed. // Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1997. – 317 p.

- 75. The nonlinear nature of friction / [M. Urbakh, J. Klafter, D. Gourdon, J. N. Israelachvili] // Nature. 2004. Vol. 430. P. 525 528.
- 76. Brener E.A. Frictional shear cracks / E. A. Brener, V. I. Marchenko // JETP Lett. - 2002. - Vol. 76. - P. 211-214.
- 77. In-situ imaging of shearing contacts in the surface forces apparatus / [Y. Golan, C. Drummond, J. Israelachvili, R. Tenne] // Wear. 2000. Vol. 245. P. 190-195.
- 78. Yamada S. Friction and adhesion hysteresis of fluorocarbon surfactant monolayer-coated surfaces measured with the surface forces apparatus / S. Yamada, J. Israelachvili // Journal of Physical Chemistry B. 1998. Vol. 102. P. 234-244.
- 79. Yamada S. Dynamic transitions in molecularly thin liquid films under frictional sliding / S. Yamada // Langmuir. 2008. Vol. 24, № 4. P. 1469-1475.
- 80. Investigation on the molecular shear-induced organization in a molecularly thin film of N-hexadecane / [E. Charrault, X. Banquy, K. Kristiansen et al.] // Tribology Letters. 2013. Vol. 50, № 3. P. 421-430.
- Yang C.-R. Study on dynamic friction characteristics in reciprocating friction drive system / C.-R. Yang, R.-T. Lee, Y.-C. Chiou // Tribology International. – 1997. – Vol. 30. – P. 719-731.
- Lee R.-T. A procedure for evaluating the position accuracy of reciprocating friction drive systems / R.-T. Lee, C.-R. Yang, Y.-C. Chiou // Tribology International. 1996. Vol. 29, № 5. P. 395-404.
- 83. Prandtl L. Ein gedankenmodell zur kinetischen theorie der festen korper / L. Prandtl // Zeitschrift fuË r Angewandte Mathematik und Mechanik. 1928. Vol. 8, № 2. P. 85–106.
- 84. Popov V. L. Prandtl-Tomlinson model: History and applications in friction, plasticity, and nanotechnologies / V. L. Popov, J. A. T. Gray // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 2012. Vol. 92, № 9. P. 683–708.

- Tomlinson G. A. A molecular theory of friction / G. A. // Philosophical Magazine. – 1929. – Vol. 7. – P. 905-939.
- 86. Meyer E. Nanoscience: Friction and rheology on the nanometer scale / [Meyer E., Overney R. M., Dransfeld K., Gyalog T.] Singapore: World Scientific, 1998. 392 p.
- 87. Porto M. Atomic scale engines: cars and wheels / M. Porto, M. Urbakh,
  J. Klafter // Physical Review Letters. 2000. Vol. 84, № 26. P. 6058-6061.
- 88. Popov V. L. Nanomachines: Methods of induce a directed motion at nanoscale /
  V. L. Popov // Physical Review E. 2003. Vol. 68, № 2. P. 026608 (7 p.).
- Budko O. K. Intrinsic rates and activation free energies from single-molecule pulling experiments / O. K. Dudko, G. Hummer, A. Szabo // Physical Review Letters. 2006. Vol. 96, № 10. P. 108101 (4 p.).
- 90. Carlson J.M. Constitutive relation for the friction between lubricated surfaces / J.M. Carlson, A.A. Batista // Physical Review E. 1996. Vol. 53, № 4. P. 4153-4165.
- 91. Batista A. A. Bifurcations from steady sliding to stick in boundary lubrication /
  A. A. Batista, J. M. Carlson // Physical Review E. 1998. Vol. 57, № 5. –
  P. 4986-4996.
- 92. Sinha S. K. Surface profiles and modulation of ultra-thin perfluoropolyether lubricant in contact sliding / S. K. Sinha, M. Kawaguchi, T. Kato // Journal of Physics D: Applied Physics. – 2004. – Vol. 37. – P. 2247-2255.
- 93. Kondo K. Tκibochemistry of ionic liquid lubricant on magnetic media / K. Kondo // Advances in Tribology. 2012. Vol. 2012. article ID 526726, 20 p.
- 94. Bhushan B. Nano- to microscale wear and mechanical characterization studies using scanning probe microscopy / B. Bhushan // Wear. – 2001. – Vol. 251. – P. 1105–1123.
- 95. Bhushan B. Nanotribology and nanomechanics / B. Bhushan // Wear. 2005. –
  Vol. 259. P. 1507–1531.

- 96. Bhushan B. Nanotribology: Friction, wear and lubrication at the atomic scale / B. Bhushan, J. N. Israelachvili, U. Landman // Nature. 1995. Vol. 374. P. 607–616.
- 97. Microtribological characterization of self-assembled and Langmuir–Blodgett monolayers by atomic and force microscopy / [B. Bhushan, A. V. Kulkarni, V. N. Koinkar et al.] // Langmuir. – 1995. – Vol. 11. P. 3189-3198.
- 98. Braun O. M. Nanotribology: Microscopic mechanisms of friction / O. M. Braun,
  A. G. Naumovets // Surface Science Reports. 2006. Vol. 60, № 6-7. P. 79-158.
- 99. Persson B. N. J. Sliding friction / B. N. J. Persson // Surface Science Reports. –
  1999. Vol. 33, № 3. P. 83-119.
- 100. Епифанов Г.И. Зависимость силы трения от нормальной нагрузки. / Епифанов Г. И. – Рига: Изд-во АН Латв.ССР, 1961. – С. 203. – (Сухое трение: сборник трудов совещания по вопросам теории сухого трения и образования частиц износа при сухом трении /под ред. С. Б. Айнбиндера.)
- 101. Ахматов А. С. Молекулярная физика граничного трения / Ахматов А. С. Москва: Физматгиз, 1963. – 472 с.
- 102. Ляшенко Я. А. Феноменологическая теория плавления тонкой пленки смазки между двумя атомарно-гладкими твердыми поверхностями / А. В. Хоменко, Я. А. Ляшенко, Л. С. Метлов // Журнал технической физики. – 2010. – Т. 80, № 8. – С. 120-126.
- 103. Stick to slip transition and adhesion of lubricated surfaces in moving contact / G. Reiter, A. L. Demirel, J. Peanasky [et al.] // Journal of Chemical Physics. 1994. Vol. 101, № 3. P. 2606-2615.
- 104. Luengo G. Generalized effects in confined fluids: new friction map for boundary lubrication / G. Luengo, J. Israelachvili, S. Granick // Wear. 1996. Vol. 200, № 1-2. P. 328-335.
- 105. Sivebaek I. M. Effective viscosity of confined hydrocarbons / I. M. Sivebaek,
  V. N. Samoilov, B. N. J. Persson // Physical Review Letters. 2012. Vol. 108,
  № 3. P. 036102 (4 p.).

- 106. Khomenko A. V. Molecular dynamics simulations of ultrathin water film confined between flat diamond plates / A. V. Khomenko, N. V. Prodanov // Condensed Matter Physics. – 2008. – Vol. 11, № 4 (56). – P. 615-626.
- 107. Хоменко О. В. Самоподібна фазова динаміка межового тертя / О. В. Хоменко, Я. О. Ляшенко, В. М. Борисюк // Український фізичний журнал. – 2009. – Т. 54, № 11. – С. 1142-1151.
- 108. Хоменко О. В. Фазова динаміка тонкої плівки мастила між твердими поверхнями при деформаційному дефекті модуля зсуву / О. В. Хоменко, Я. О. Ляшенко // Журнал фізичних досліджень. – 2007. – Т. 11, № 3. – С. 268-278.
- 109. Ляшенко Я. А. Трибологическая система в режиме граничного трения под периодическим внешним воздействием / Я. А. Ляшенко // Журнал технической физики. – 2011. – Т. 81, № 6. – С. 125-132.
- 110. Ляшенко Я. А. Фазовый переход первого рода между жидкоподобной и твердоподобной структурами граничной смазки / Я. А. Ляшенко // Журнал технической физики. – 2012. – Т. 82, № 2. – С. 19-28.
- 111. Olemskoi A. I. Axiomatic theory of self-organizing system / A. I. Olemskoi // Physica A. – 2002. – Vol. 310, № 1-2. – P. 223-233.
- 112. Braun O. M. Role of lubricant molecular shape in microscopic friction / O. M. Braun, N. Manini, E. Tosatti // Physical Review B. 2008. Vol. 78, № 19. P. 195402 (10 p.).
- 113. Aranson I. S. Stick-slip friction and nucleation dynamics of ultrathin liquidfilms / I. S. Aranson, L. S. Tsimring, V. M. Vinokur // Physical Review B. 2002. Vol. 65, № 12. P. 125402 (7).
- 114. Ляшенко Я. О. Феноменологічна теорія переривчастого режиму межового тертя / Я. О. Ляшенко, О. В. Хоменко, Л. С. Метлов // Український фізичний журнал. — 2011. — Т. 56, № 3. — С. 278-286.
- 115. Ландау Л. Д. Теоретическая физика: Учебное пособие: в т. / Л. Д. Ландау,
  Е. М. Лифшиц. М.: Наука, 2007. Т. 5: Статистическая физика. Изд. 2. 1964. 568 с.

- 116. Ландау Л.Д. Об аномальном поглощении звука вблизи точек фазового перехода второго рода / Л. Д. Ландау, И. М. Халатников // ДАН СССР. – 1954. – Т. 96, №3. – С. 469-472.
- 117. Numerical recipes in C: the art of scientific / [W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky et al]. New York: Cambridge University Press, 1992. 1020 p.
- 118. А. В. Хоменко Периодический прерывистый режим граничного трения / Хоменко А. В., Ляшенко Я. А. // Журнал технической физики. – 2010. – Т. 80, № 1, – С. 27-33.
- 119. Demirel A. L. Transition from static to kinetic friction in a model lubricating system / A. L. Demirel, S. Granick // Journal of Chemical Physics. 1998. Vol. 109, № 16. P. 6889-6897.
- 120. Ляшенко Я. А. Фазовый переход первого рода между жидкоподобной и твердоподобной структурами граничной смазки / Я. А. Ляшенко // Журнал технической физики. – 2012. – Т. 82, № 1, – С. 19-28.
- 121. Experimental verification of the mechanisms causing stick-slip motion originating from relative deceleration / [P. De Baets, J. Degrieck, F. Van De Velde, A. P. Van Peteghem] // Wear. – 2000. – V. 243. – P. 48-59.
- 122. Ляшенко Я.А. Нелинейная термодинамическая модель граничного трения / Я. А. Ляшенко, А. В. Хоменко, Л. С. Метлов // Трение и износ. 2011. Т. 32. № 2. С. 157–170.
- 123. Bouchet A.-S. Experimental study and modeling of boundary lubricant polyelectrolyte films / [A.-S. Bouchet, C. Cazeneuve, N. Baghdadli at al.] // Macromolecukes. – 2015. – Vol. 48, № 7. – P. 2244-2253.
- 124. Popov V. L. Kontaktmechanik und Reibung. Ein Lehr- und Anwendungsbuch von der Nanotribologie bis zur numerischen Simulation / Popov V. L. – Berlin: Springer, 2009. – 325 p.
- 125. Ляшенко Я. А. Трибологические свойства режимов сухого, жидкостного и граничного трения / Я. А. Ляшенко // Журнал технической физики. 2011. Т. 81, № 5, С. 115-121.

- 126. Torque and twist against superlubricity / [A. E. Filippov, M. Dienwiebel, J. W. M. Frenken et al.] // Physical Review Letters. 2008. Vol. 100, № 4. P. 046102 (4).
- 127. Hirano M. Superlubricity: a state of vanishing friction / M. Hirano // Wear. –
  2003. Vol. 254, № 10. P. 932-940.
- 128. Bureau L. Nonlinear rheology of a nanoconfined simple fluid / L. Bureau // Physical Review Letters. 2010. Vol. 104, № 21. P. 218302 (4 p.).
- 129. Yamada S. General shear-thinning dynamics of confined fluids / S. Yamada // Tribology Letters. – 2002. – Vol. 13, № 3. – P. 167-171.
- 130. Thompson P. A. Phase transitions and universal dynamics in confined films / P.
  A. Thompson, G. S. Grest, M. O. Robbins // Physical Review Letters. 1992. –
  Vol. 68, № 23. P. 3448-3451.
- 131. Robbins M. O. Response of thin oligomer films to steady and transient shear / M. O. Robbins, A. R. C. Baljon; edited by V. V. Tsukruk, K. J. Wahl // Microstructure and Microtribology of Polymer Surfaces Washington DC: American Chemical Society, 2000. P. 91-117.
- 132. Lei Y. Stick-slip friction and energy dissipation in boundary lubrication / Y. Lei,
  Y. Leng // Physical Review Letters. 2011. Vol. 107, № 14. P. 147801 (5 p.).
- 133. Ляшенко Я. А. Трибологическая система в режиме граничного трения под периодическим внешним воздействием / Я. А. Ляшенко // Журнал технической физики. – 2011. – Т. 81, № 6, – С. 125-132.