



УКРАЇНА

(19) **UA** (11) **76473** (13) **U**  
(51) МПК (2013.01)  
**G01H 11/00**

ДЕРЖАВНА СЛУЖБА  
ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОЇ  
ВЛАСНОСТІ  
УКРАЇНИ

## (12) ОПИС ДО ПАТЕНТУ НА КОРИСНУ МОДЕЛЬ

(21) Номер заявки: <b>u 2012 05990</b>	(72) Винахідник(и): <b>Пузько Ігор Данилович (UA)</b>
(22) Дата подання заявки: <b>17.05.2012</b>	(73) Власник(и): <b>СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ, вул. Римського-Корсакова, 2, м. Суми, 40007 (UA)</b>
(24) Дата, з якої є чинними права на корисну модель: <b>10.01.2013</b>	
(46) Публікація відомостей про видачу патенту: <b>10.01.2013, Бюл.№ 1</b>	

## (54) СПОСІБ ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ НЕЛІНІЙНОЇ ДИСИПАТИВНОЇ КОЛИВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ

### (57) Реферат:

Спосіб визначення параметрів нелінійної дисипативної коливальної системи, за яким задають перше початкове і перше кінцеве значення амплітуди вільних коливань нелінійної дисипативної коливальної системи, проводять вимір першого часового інтервалу і числа циклів в цьому інтервалі. При зміні амплітуди затухаючих коливань від першого початкового до першого кінцевого значення, змінюють інерційність нелінійної дисипативної коливальної системи і проводять вищевказану сукупність операцій по виміру другого часового інтервалу і другого числа циклів коливань. В цьому часовому інтервалі формують третій часовий інтервал, вимірюють третій часовий інтервал і третє число циклів в третьому часовому інтервалі. Другий раз змінюють інерційність нелінійної дисипативної коливальної системи. Після зміни інерційності формують третій часовий інтервал. При формуванні другого і третього часових інтервалів проводять зміну амплітуди інтервалів вільних коливань від першого початкового значення до першого кінцевого значення. Значення частоти  $\ll \omega_0 \gg$  вільних коливань лінійної породжувальної системи і інерційно-жорсткісних параметрів визначають по наведених нових аналітичних співвідношеннях, а саме:

$$\omega_0 = \frac{\pi}{2} \frac{[\Delta_2 t(n_3 - n_1)\Delta_1 m - \Delta_3 t(n_2 - n_1)\Delta_2 m]}{[\Delta_2 t(\Delta_3 t - \Delta_1 t)\Delta_1 m - \Delta_3 t(\Delta_2 t - \Delta_1 t)\Delta_2 m]}, \text{ де}$$

$\Delta_1 m, \Delta_2 m$  - перша і друга додаткові маси;

$\Delta_1 t, \Delta_2 t, \Delta_3 t$  - перший, другий і третій часові інтервали, що відповідають зміні амплітуди вільних коливань від першого початкового значення до першого кінцевого значення в першому, другому і третьому режимах відповідно;

$n_1, n_2, n_3$  - перше, друге і третє число циклів коливань коливальної системи, що відповідає першому, другому і третьому часовим інтервалам.

UA 76473 U



Корисна модель належить до області машинобудівної, авіаційної і космічної техніки, а саме до способів визначення параметрів вільних коливань нелінійних дисипативних коливальних систем із кінцевим числом ступенів вільності, і може знайти застосування при проведенні вібраційних випробувань об'єктів (конструкцій) на віброміцність, вібростійкість, вібронадійність і при розробці нових технологічних режимів вібраційного типу.

Відомий спосіб визначення параметрів нелінійної дисипативної коливальної системи, за яким задають перше початкове значення амплітуди вільних коливань нелінійної дисипативної коливальної системи, вимірюють перший і другий часові інтервали зміни амплітуди вільних коливань (Гернет М.М., Ратобильский В.Ф. Определение моментов инерции. - М.: Машиностроение, 1969. - С. 84, 85, 207, 209).

Недоліком відомого способу є обмежена область використання, що пояснюється недостатньою точністю визначення параметрів за рахунок неврахування похибок від допущення того, що коефіцієнт анізохронності  $K_R$  коливань не залежить від амплітуди коливань, а визначається тільки формою петлі гістерезису, тобто при умові незмінності структури матеріали елементів досліджуваної конструкції коефіцієнт анізохронності  $K_R$  коливань не змінюється при зміні амплітуди коливань.

За прототип вибрано спосіб визначення параметрів нелінійної дисипативної коливальної системи, за яким задають перше початкове і перше кінцеве значення амплітуди вільних коливань, вимірюють перший і другий часові інтервали зміни амплітуди коливань, вимір першого часового інтервалу і числа циклів коливань в цьому часовому інтервалі проводять при зміні амплітуди вільних коливань від першого початкового значення до першого кінцевого значення, потім задають друге початкове і друге кінцеве значення амплітуди вільних коливань, вимір другого часового інтервалу і числа циклів коливань в цьому часовому інтервалі проводять при зміні амплітуди вільних коливань від її другого початкового значення до другого кінцевого значення, після чого змінюють інерційність нелінійної дисипативної коливальної системи і приводять вищевказану сукупність операцій по виміру першого і другого часових інтервалів і чисел циклів в кожному часовому інтервалі при зміні амплітуди вільних коливань від її першого початкового значення до першого кінцевого значення, від другого початкового значення до другого кінцевого значення відповідно, а визначення параметра нелінійної дисипативної коливальної системи проводять при урахуванні часових інтервалів і чисел циклів вільних коливань (Ав. св. СССР №1703990, МПК G01H 11/00, 1992).

Недоліком відомого способу визначення параметрів нелінійної дисипативної коливальної системи є складний алгоритм реалізації, що пояснюється необхідністю вибору двох діапазонів зміни амплітуд вільних коливань від першого початкового значення до першого кінцевого значення, від другого початкового значення до другого кінцевого значення і формуванням чотирьох режимів вільних коливань.

В основу корисної моделі поставлена задача удосконалення способу визначення параметрів нелінійної дисипативної коливальної системи шляхом спрощення алгоритму реалізації за рахунок формування трьох режимів вільних коливань і вибору одного діапазону зміни амплітуди вільних коливань коливальних процесів від першого початкового значення до першого кінцевого значення.

Поставлена задача вирішується тим, що в способі визначення параметрів коливань нелінійної дисипативної коливальної системи, по якому задають перше початкове і перше кінцеве значення амплітуди вільних коливань нелінійної дисипативної коливальної системи, проводять вимір першого часового інтервалу і числа циклів в цьому інтервалі при зміні амплітуди затухаючих коливань від першого початкового до першого кінцевого значення, змінюють інерційність нелінійної дисипативної коливальної системи і проводять вищевказану сукупність операцій по виміру другого часового інтервалу і другого числа циклів коливань в цьому часовому інтервалі. Формують третій часовий інтервал, вимірюють третій часовий інтервал і третє число циклів в третьому часовому інтервалі, згідно із корисною моделлю, другий раз змінюють інерційність нелінійної дисипативної коливальної системи і після зміни інерційності формують третій часовий інтервал, причому при формуванні другого і третього часових інтервалів проводять зміну амплітуди інтервалів вільних коливань від першого початкового значення до першого кінцевого значення, а значення частоти  $\ll \omega_0 \gg$  вільних коливань лінійної породжувальної системи і інерційно-жорсткісних параметрів визначають по наведених нових аналітичних співвідношеннях, а саме:

$$\omega_0 = \frac{\pi}{2} \frac{[\Delta_2 t(n_3 - n_1)\Delta_1 m - \Delta_3 t(n_2 - n_1)\Delta_2 m]}{[\Delta_2 t(\Delta_3 t - \Delta_1 t)\Delta_1 m - \Delta_3 t(\Delta_2 t - \Delta_1 t)\Delta_2 m]}, \text{ де}$$

$\Delta_1 m, \Delta_2 m$  - перша і друга додаткові маси;

$\Delta_1 t, \Delta_2 t, \Delta_3 t$  - перший, другий і третій часові інтервали, що відповідають зміні амплітуди вільних коливань від першого початкового значення  $X_{a1}$  до першого кінцевого значення  $X_{a2}$  в першому, другому і третьому режимах відповідно;

$n_1, n_2, n_3$  - перше, друге і третє число циклів коливань коливальної системи, що відповідає першому, другому і третьому часовим інтервалам.

Застосування запропонованого способу визначення параметрів нелінійної дисипативної коливальної системи разом з усіма суттєвими ознаками, включаючи відмінні, забезпечує спрощення алгоритму реалізації способу шляхом формування трьох режимів вільних коливань при умові зміни амплітуди вільних коливань у всіх режимах тільки від першого початкового значення до першого кінцевого значення при зміні інерційності коливальної системи в третьому режимі вільних коливань.

Формування нового способу і алгоритму для його забезпечення базується на наступних теоретичних дослідженнях.

В роботі (Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. - М.: Физматгиз, 1963. - С. 185) застосовано асимптотичний метод Крилова-Боголюбова-Митропольского (КБМ) для отримання рішення диференціального рівняння, зокрема другого порядку:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \varepsilon f\left(x, \frac{dx}{dt}\right), \quad (1)$$

де:  $\omega_0$  - частота вільних коливань лінійної породжувальної системи;  
 $x$  - узагальнена координата;

$f\left(x, \frac{dx}{dt}\right)$  - функція від  $x$  і  $\frac{dx}{dt}$ ;

$\varepsilon > 0$  - малий позитивний параметр.

Рішення  $x = X_a \cos \psi$  рівняння (1) в першому наближенні визначаються із рівнянь першого наближення відносно амплітуди  $X_a$  і фази  $\psi$  (Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. - М.: Физматгиз, 1963. - С. 36-49).

$$\left. \begin{aligned} \frac{dX_a}{dt} &= \varepsilon A_1(X_a), \\ \frac{d\psi}{dt} &= \omega_0 + \varepsilon B_1(X_a) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

де

$$\left. \begin{aligned} A_1(X_a) &= -\frac{1}{2\pi\omega_0} \int_0^{2\pi} f(X_a \cos \varphi, -X_a \omega_0 \sin \varphi) \sin \varphi d\varphi, \\ B_1(X_a) &= -\frac{1}{2\pi X_a \omega_0} \int_0^{2\pi} f(X_a \cos \varphi, -X_a \omega_0 \sin \varphi) \cos \varphi d\varphi. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

У відомих дослідженнях (ав. св. СРСР № 1703990, МПК G01H 11/00. - опубл. 07.01.92. - Бюл. №1; Пузько И.Д., Хворост В.А. Параметрична ідентифікація нелінійних коливних систем // Машинознавство. - 1999. - №7(25). - С. 36-40 із системи (2) рівнянь першого наближення після нескладних перетворень отримано інтегральне рівняння для визначення  $\dot{\omega}_0$ , а саме:

$$2\pi n - \omega_0 \Delta t = \int_{X_{a0}}^{X_a^*} B_1(X_a) A_1^{-1}(X_a) dX_a, \quad (4)$$

де  $X_{a0}, X_a^*$  - початкове і кінцеве значення амплітуд  $X_a$  коливань відповідно;  
 $n$  - число коливань при зміні амплітуди від значення  $X_{a0}$  до значення  $X_a^*$ ;

$\Delta t$  - часовий інтервал, що відповідає зміні амплітудного значення від  $X_{a0}$  до  $X_a^*$ .

При формуванні трьох режимів вільних коливань на підставі співвідношення (4) отримаємо систему трьох рівнянь:

$$2\pi n_1 - \omega_0 \Delta_1 t = \int_{X_{a1}}^{X_{a2}} B_1(X_a) A_1^{-1}(X_a) dX_a \quad (5)$$

$$2\pi n_2 - \omega_0 \Delta_2 t = \int_{X_{a1}}^{X_{a2}} B_1(X_a) A_1^{-1}(X_a) dX_a \quad (6)$$

$$2\pi n_3 - \omega_{02} \Delta_3 t = \int_{X_{a1}}^{X_{a2}} B_1(X_a) A_1^{-1}(X_a) dX_a, \quad (7)$$

де

$$\omega_0 = \sqrt{cm^{-1}}; \omega_{01} = \sqrt{c(m + \Delta_1 m)^{-1}}; \omega_{02} = \sqrt{c(m + \Delta_2 m)^{-1}}, \quad (8)$$

$\omega_0$  - частота вільних коливань лінійної породжувальної системи;

$c$  - коефіцієнт жорсткості;  $m$  - коефіцієнт інерційності.

Проведемо нескладні перетворення  $\omega_{01}$ ,  $\omega_{02}$

$$\omega_{01} = \sqrt{\frac{c}{(m + \Delta_1 m)}} \cong \omega_0 \left(1 - \frac{\Delta_1 m}{2m}\right) = \omega_0 - \frac{\Delta_1 m}{2} \cdot \frac{\omega_0}{m}, \quad (9)$$

$$\omega_{02} = \sqrt{\frac{c}{(m + \Delta_2 m)}} \cong \omega_0 \left(1 - \frac{\Delta_2 m}{2m}\right) = \omega_0 - \frac{\Delta_2 m}{2} \cdot \frac{\omega_0}{m}, \quad (10)$$

5 де  $\Delta_1 m$  ( $\Delta_1 m \square m$ ),  $\Delta_2 m$  ( $\Delta_2 m \square m$ ) - перша і друга додаткові маси.

На підставі (5), (6), (7) при урахуванні (9), (10) отримуємо два рівняння:

$$\left. \begin{aligned} \omega_0 (\Delta_1 t - \Delta_2 t) + \frac{\Delta_1 m}{2} \Delta_2 t \frac{\omega_0}{m} &= 2\pi(n_1 - n_2) \\ \omega_0 (\Delta_1 t - \Delta_3 t) + \frac{\Delta_2 m}{2} \Delta_3 t \frac{\omega_0}{m} &= 2\pi(n_1 - n_3) \end{aligned} \right\}, \quad (11)$$

де  $\Delta_1 t, \Delta_2 t, \Delta_3 t$  - перший, другий і третій часові інтервали, що відповідають зміні амплітуди вільних коливань від першого початкового значення  $X_{a1}$  до першого кінцевого значення  $X_{a2}$  в першому, другому і третьому режимах відповідно;

10  $n_1, n_2, n_3$  - перше, друге і третє число циклів коливань коливальної системи, що відповідає першому, другому і третьому часовим інтервалам.

Із системи (11) рівнянь отримуємо аналітичні співвідношення для визначення частоти  $\omega_0$  вільних коливань лінійної породжувальної системи і інерційно-жорсткісних параметрів:

$$\omega_0 = \frac{\pi}{2} \frac{[\Delta_2 t(n_3 - n_1)\Delta_1 m - \Delta_3 t(n_2 - n_1)\Delta_2 m]}{[\Delta_2 t(\Delta_3 t - \Delta_1 t)\Delta_1 m - \Delta_3 t(\Delta_2 t - \Delta_1 t)\Delta_2 m]}, \quad (12)$$

$$m = \frac{[\Delta_2 t(n_3 - n_1)\Delta_1 m - \Delta_3 t(n_2 - n_1)\Delta_2 m]}{2[n_1(\Delta_3 t - \Delta_1 t) + n_2(\Delta_1 t - \Delta_3 t) + n_3(\Delta_2 t - \Delta_1 t)]}, \quad (13)$$

$$c = m\omega_0^2 = \frac{2\pi^2 [\Delta_2 t(n_3 - n_1)\Delta_1 m - \Delta_3 t(n_2 - n_1)\Delta_2 m]^3}{[n_1(\Delta_3 t - \Delta_1 t) + n_2(\Delta_1 t - \Delta_3 t) + n_3(\Delta_2 t - \Delta_1 t)][\Delta_2 t(\Delta_3 t - \Delta_1 t)\Delta_1 m - \Delta_3 t(\Delta_2 t - \Delta_1 t)\Delta_2 m]^2}. \quad (14)$$

15 Спосіб визначення параметрів нелінійної сильно дисипативної коливальної системи реалізують на підставі наступного алгоритму:

1) формують перший режим вільних коливань досліджуваної нелінійної дисипативної коливальної системи. Задають значення першої початкової і першої кінцевої амплітуд вільних коливань цієї нелінійної системи  $X_{a1}$  та  $X_{a2}$  відповідно;

20 2) реєструють і запам'ятовують значення першого часового інтервалу  $\Delta_1 t$  і число циклів (періодів)  $n_1$  коливань в цьому часовому інтервалі при зміні амплітуди вільних коливань від першого початкового значення  $X_{a1}$  до першого кінцевого значення  $X_{a2}$ ;

3) змінюють інерційність нелінійної дисипативної коливальної системи і формують другий режим вільних коливань;

25 4) реєструють в другому режимі і запам'ятовують значення  $\Delta_2 t$  другого часового інтервалу і число  $n_2$  циклів коливань в цьому часовому інтервалі при зміні амплітуди вільних коливань від першого початкового значення  $X_{a1}$  до першого кінцевого значення  $X_{a2}$ ;

5) змінюють другий раз інерційність нелінійної дисипативної коливальної системи і формують третій режим вільних коливань;

30 6) в третьому режимі вільних коливань реєструють і запам'ятовують значення третього часового інтервалу  $\Delta_3 t$  і число  $n_3$  циклів коливань в цьому часовому інтервалі при зміні амплітуди вільних коливань від першого початкового значення  $X_{a1}$  до першого кінцевого значення  $X_{a2}$ ;

7) проводять комп'ютерну обробку зареєстрованого інформаційного масиву даних.

35 Новим в реалізації способу є формування третього режиму вільних коливань коливальних систем при другій зміні інерційності і реєстрація зміни амплітуди вільних коливань в другому і третьому режимах від першого початкового значення  $X_{a1}$  до першого кінцевого значення  $X_{a2}$ .

Спосіб визначення параметрів нелінійної дисипативної коливальної системи реалізують наступним чином:

1) жорстко установлюють випробувану конструкцію на рухому платформу вібростенда електродинамічного типу;

2) реалізують перший режим вільних коливань елемента досліджуваної конструкції без зміни його інерційності і в цьому режимі фіксують і реєструють значення першого часового інтервалу і перше число циклів вільних коливань в цьому часовому інтервалі при зміні амплітуди вільних коливань від першого початкового значення  $X_{a1}$  до першого кінцевого значення  $X_{a2}$ ;

3) змінюють інерційність елемента досліджуваної конструкції за рахунок жорсткого з'єднання з масою  $\ll m \gg$  елемента першої додаткової маси  $\Delta_1 m$  із умови:

$$\Delta_1 m \ll m;$$

4) після першої зміни інерційності елемента досліджуваної конструкції реалізують другий режим вільних коливань і в цьому режимі фіксують і реєструють значення другого часового інтервалу і число циклів вільних коливань в цьому часовому інтервалі при зміні амплітуди вільних коливань від першого початкового значення  $X_{a1}$  до першого кінцевого значення  $X_{a2}$ ;

5) другий раз змінюють інерційність елемента досліджуваної конструкції шляхом жорсткого з'єднання з масою  $\ll m \gg$  елемента другої додаткової маси  $\Delta_2 m$  із умови:

$$\Delta_2 m \ll m;$$

6) після другої зміни інерційності елемента досліджуваної конструкції реалізують третій режим вільних коливань і в цьому режимі фіксують і реєструють значення третього часового інтервалу і число циклів вільних коливань в цьому часовому інтервалі при зміні амплітуди вільних коливань від першого початкового значення  $X_{a1}$  до першого кінцевого значення  $X_{a2}$ ;

7) за допомогою вимірювально-обчислювального комплексу (комп'ютерної системи) проводять обробку множини зареєстрованих сигналів і на підставі отриманих нових аналітичних співвідношень визначають значення інерційно-жорсткісних параметрів досліджуваної конструкції.

#### ФОРМУЛА КОРИСНОЇ МОДЕЛІ

Спосіб визначення параметрів нелінійної дисипативної коливальної системи, за яким задають перше початкове і перше кінцеве значення амплітуди вільних коливань нелінійної дисипативної коливальної системи, проводять вимір першого часового інтервалу і числа циклів в цьому інтервалі при зміні амплітуди затухаючих коливань від першого початкового до першого кінцевого значення, змінюють інерційність нелінійної дисипативної коливальної системи і проводять вищевказану сукупність операцій по виміру другого часового інтервалу і другого числа циклів коливань в цьому часовому інтервалі, формують третій часовий інтервал, вимірюють третій часовий інтервал і третє число циклів в третьому часовому інтервалі, який

**відрізняється** тим, що другий раз змінюють інерційність нелінійної дисипативної коливальної системи і після зміни інерційності формують третій часовий інтервал, причому при формуванні другого і третього часових інтервалів проводять зміну амплітуди інтервалів вільних коливань від першого початкового значення до першого кінцевого значення, а значення частоти  $\ll \omega_0 \gg$

вільних коливань лінійної породжувальної системи і інерційно-жорсткісних параметрів визначають по наведених нових аналітичних співвідношеннях, а саме:

$$\omega_0 = \frac{\pi}{2} \frac{[\Delta_2 t(n_3 - n_1)\Delta_1 m - \Delta_3 t(n_2 - n_1)\Delta_2 m]}{[\Delta_2 t(\Delta_3 t - \Delta_1 t)\Delta_1 m - \Delta_3 t(\Delta_2 t - \Delta_1 t)\Delta_2 m]}, \text{ де}$$

$\Delta_1 m, \Delta_2 m$  - перша і друга додаткові маси;

$\Delta_1 t, \Delta_2 t, \Delta_3 t$  - перший, другий і третій часові інтервали, що відповідають зміні амплітуди вільних коливань від першого початкового значення до першого кінцевого значення в першому, другому і третьому режимах відповідно;

$n_1, n_2, n_3$  - перше, друге і третє число циклів коливань коливальної системи, що відповідає першому, другому і третьому часовим інтервалам.

---

Комп'ютерна верстка Л.Литвиненко

---

Державна служба інтелектуальної власності України, вул. Урицького, 45, м. Київ, МСП, 03680, Україна

---

ДП "Український інститут промислової власності", вул. Глазунова, 1, м. Київ – 42, 01601