

ЗАВИСИМОСТЬ РАЗМЕРНОСТИ АТТРАКТОРА ЛОРЕНЦА ОТ ВНЕШНЕГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

Проф. Олемской А.И., асп. Кохан С.В.

Данная работа посвящена исследованию фрактальной размерности странного аттрактора Лоренца.

Как известно, основной геометрической характеристикой системы является её размерность d : в объёме $d = 3$, на поверхности $d = 2$, на линии $d = 1$ в точке $d = 0$. Однако в такую классификацию явно не укладываются фрактальные кластеры типа кораллов, печной сажи и снежинок, кристаллов, выпадающих из пересыщенного раствора, опухолей в живых организмах и т.п. Наиболее простыми и популярными моделями таких фракталов являются фигура Кох, салфетка Серпинского и канторова пыль. Мандельброт указал, что кроме геометрических фракталов можно выделить широкий класс стохастических процессов, протекающих самоподобным образом. Простейшим примером такого рода является броуновское движение частицы, траектория которой не изменяет своего вида с течением времени t .

Наиболее яркая особенность указанных систем состоит в том, что фрактальная размерность D не является целым числом. Менее заметным, но более значимым оказывается свойство самоподобия фрактала, согласно которому он сохраняет свою форму на различных масштабах разрешения.

Система Лоренца является одной из наиболее простых и универсальных моделей поведения системы, значительно удалённой от равновесного состояния. Впервые такая система была предложена для описания

конвекции атмосферного слоя в вертикально распределённом поле температуры.

В представленной работе исследуется детерминированный хаос. В этом случае аналитическое рассмотрение становится невозможным, и задача сводится к численному исследованию странного аттрактора, представляющего фрактальное множество точек, к которому сбегаются траектории системы в фазовом пространстве. Основной характеристикой такого множества является фрактальная размерность, которая принимает дробное значение $D \approx 2.06$, означающее, что аттрактор Лоренца не сводится к двумерной поверхности, но и не полностью заполняет трёхмерный объём.

Будучи простейшей нелинейной моделью, система Лоренца позволяет объяснить столь сложное явление как самоорганизуемая критичность. Это достигается введением в систему стохастических источников и ослаблением обратной связи и релаксации. Оставляя в стороне проблему стохастических источников, представляющую предмет теории случайных процессов, было изучено только влияние интенсивности обратной связи, величина которой задаётся положительным показателем $a \leq 1$.

В результате была исследована зависимость корреляционной размерности аттрактора Лоренца от параметра внешнего воздействия. Приведено обобщение на дробную систему Лоренца, в которой обратная связь и релаксация ослаблены за счёт возведения параметра порядка в дробную степень. Обнаружено, что при экстремальных степенях внешнего воздействия происходит деградация аттрактора Лоренца за счёт скачкообразного спадания его фрактальной размерности. Найдены границы перехода в линейное множество и стационарное состояние.