Учитывая, что среднее время выполнения арифметических операций равно [4] t_1=1163џ10^{-6}с - деления; t_2=330џ10^{-6} сложения и вычитания; t_3 =950џ10^{-6}с -умножения, тогда, приняв , из (17) получим

$$\tau_n = 33\tau_0 . \qquad (18)$$

Рассмотрим теперь измеритель скорости звука, в котором используется m - разрядная аппаратура, а вычисления производятся по алгоритму (10). Анализируя (11) и (10), легко видеть, что обеспечение требуемой точности измерений достигается за счет увеличения числа членов ряда . С учетом (17) для проведения вычислений по алгоритму требуется время

$$\tau_m = \tau_0(3.5+3.3h). \qquad (19)$$

Сравнивая (18) и (19), несложно убедиться, что величина выигрыша по быстродействию получается равной

$$B = \frac{\tau_n}{\tau_m} \approx 10/(1+h). \qquad (20)$$

На рисунке приведены графики обменных соотношений точности измерений (кривая 1) на быстродействие (кривая 2) от числа членов ряда h .

Уже при h=6 оказывается достижимой точность измерений 1,5 см/с при быстродействии 4 Кбайт в секунду, что свидетельствует об эффективности предлагаемого алгоритма измерений скорости звука в жидких средах.

SUMMARY

It is proposed the algorithm of sonic speed measurement in liquid surroundings, securing the increase of high- speed for an application of reduce discharge accounting device and increase of measurement precision for a computing process organization by method of function expansion in power row.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Серавин Г.Н. Измерение скорости звука в океане.-Л.:Гидрометеоиздат, 1979, 134 с.
2. Куликовский К.Л. Методы и средства измерений. - М.: Энергоатомиздат, 1986, 448 с.
3. Ермолов И.Н. Теория и практика ультразвукового контроля. - М.: Машиностроение, 1981, 230 с.
4. Библиотека подпрограмм с плавающей точкой. Руководство программиста. И1. 00031-01.33.01.

Поступила в редколлегию 30 ноября 1994 г.

УДК 621.391.1

АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМЫ СВЯЗИ НА ОСНОВЕ АЛГЕБРЫ МАТРИЦ

Калашникова Н. И., Онанченко Е.Л., Протасова Т.А.

В работе [1] исследовались вопросы, связанные с оптимальным избыточным кодированием для систем связи, учитывающем вероятностные характеристики источника информации и канала связи. Проведенный авторами анализ выражений для вычисления вероятности необнаруживаемых ошибок V, обнаруживаемых ошибок Z и правильных переходов П

$$V = \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1, j\neq 1}^{M} P_i p_{ij}^{II} ; \qquad (1)$$

$$Z = \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=M+1}^{N} P_i p_{ij}^{3} ; \qquad (2)$$

$$П = \sum_{i=1}^{M} P_i p_i^{i} \qquad (3)$$

показывает, что наиболее приемлемым математическим аппаратом для расчета этих выражений является теория матриц. Наличие трудоемких операций по вычислению канальной матрицы требует решения задачи максимальной формализации вычислительных операций с тем, чтобы в дальнейшем использовать ЭВМ для расчета больших матриц.

Остановимся на некоторых операциях, необходимых для проведения указанных вычислений [2]. Основная из них - умножение матриц. Произведением матрицы А размера (m x n) на матрицу В размера (n x r) является матрица С = АВ размера (m x r), элемент который равен сумме произведений элемента i-й строки матрицы А на соответствующие элементы j-го столбца матрицы В, то есть

$$c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \ldots + a_{in}b_{nj} = \sum_{k=1}^{n} a_{ik}b_{kj} \qquad (4)$$

Если матрица В имеет размер (n x 1), то есть является вектором-столбцом, то результатом умножения будет вектор-столбец, содержащий m элементов, каждый из которых определяется выражением (4). Если при этом и матрица А имеет размер (1 x n) то есть является вектором- строкой, то результатом умножения вектора-строки на вектор-столбец будет число, равное .Если матрица А размера (m x n) умножается на вектор-столбец В размера (n x 1) ,все элементы которого равны единице (B=en), то в полученной матрице С каждый элемент равен сумме элементов соответствующей строки матрицы А.

Алгоритм вычисления вероятности обнаруживаемых ошибок Z , необнаруживаемых ошибок V и правильных переходов П при использовании алгебры матриц состоит в следующем. Составляется канальная матрица A_{MN} . В качестве элементов этой матрицы используются вероятности p_{ij} переходов М разрешенных кодовых комбинаций в N возможных, из которых N - M комбинаций - запрещенные.

$$A = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1M} & \cdots & p_{1N} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2M} & \cdots & p_{2N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ p_{M1} & p_{M2} & \cdots & p_{MM} & \cdots & p_{MN} \end{bmatrix}.$$

Производится разделение матрицы А на две G и F - A=(G:F), где G = MxM, a F = Mx(N-M), и содержащие соответственно вероятности переходов разрешенных кодовых комбинаций в разрешенные и разрешенных в запрещенные кодовые слова.

Для нахождения вероятностей обнаруживаемых ошибок Z предварительно необходимо определить $p^з$, для чего матрица F умножается на вектор-столбец e_{N-M}, содержащий M-N единиц. В результате получается содержащая М значений $p_i^з$ матрица-столбец.

$$p^з = F_{e_{N-M}} = \begin{bmatrix} p_{1M+1} & p_{1M+2} & \cdots & p_{1N} \\ p_{2M+1} & p_{2M+2} & \cdots & p_{2N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ p_{MM+1} & p_{MM+2} & \cdots & p_{MN} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1_1 \\ 1_2 \\ \cdots \\ 1_{N-M} \end{bmatrix}.$$

Для нахождения Z необходимо вычислить сумму произведений $P_i p_i^з$. Для этого представляется P_i в виде вектора-строки .

$$P = [P_1 P_2 \ldots P_M].$$

Тогда $Z = Pp^з$.

Для нахождения V необходимо предварительно определить p_i^H, для чего матрица G представляется в виде суммы двух матриц C и D, т. е. G=D+C, где

$$D=\begin{bmatrix} p_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & p_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & p_{MM} \end{bmatrix}; \quad C=\begin{bmatrix} 0 & p_{12} & \dots & p_{1M} \\ p_{21} & 0 & \dots & p_{2M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ p_{M1} & p_{M2} & \dots & 0 \end{bmatrix}.$$

Затем матрица C умножается на вектор-столбец e_M, содержащий M единиц : $p^H = C \times e_M$. Результатом будет матрица-столбец p^H, содержащая M элементов p_i^H. После умножения матрицы P на матрицу p^H получается значение $V = Pp^H$. Величина вероятности правильной передачи П находится в соответствии с рассмотренным ранее алгоритмом путем перемножения матриц: $\Pi = PD_{e_M}$.

Для нахождения Vmin необходимо, чтобы в матрице p^H ее элементы p_i^H были расположены в порядке возрастания, а элементы матрицы P - в порядке убывания. Для этого необходимо произвести перекодировку сообщений - производится перестановка кодовых комбинаций так, чтобы соответствующие им p_i^H монотонно возрастали. В результате находится Vmin .Для нахождения Zmax перекодировку сообщений необходимо произвести так, чтобы соответствующие им p_i^3 монотонно убывали при расположении элементов матрицы в порядке убывания.

Пример. Необходимо передать три символа A, B, C соответственно с вероятностями появления P_1=0,6; P_2=0,3; P_3=0,1 , кодируемыми двоичными словами. На линию связи воздействуют помехи таким образом, что вероятность перехода $1 \to 1$ P_{11} =0,8 ,вероятность перехода $0 \to 0$ P_{00}=0,9. Требуется разработать систему кодирования системы связи.

Так как канал несимметричный, то, как следует из [1], в задаче необходимо найти только Vmin. Из условия задачи следует, что M=3, N=8. Выберем в качестве двоичных комбинаций, кодирующих символы A, B, C соответственно наборы 000, 001, 011. Запрещенными комбинациями будут 010, 100, 101, 110, 111. Канальная матрица

$$A=\begin{bmatrix} 0,729 & 0,081 & 0,09 & 0,081 & 0,081 & 0,009 & 0,009 & 0,001 \\ 0,162 & 0,648 & 0,072 & 0,018 & 0,018 & 0,072 & 0,002 & 0,008 \\ 0,036 & 0,144 & 0,576 & 0,144 & 0,004 & 0,016 & 0,016 & 0,064 \end{bmatrix}.$$

Произведем приведенные выше вычисления

$$G=\begin{bmatrix} 0,729 & 0,081 & 0,09 \\ 0,162 & 0,648 & 0,072 \\ 0,036 & 0,144 & 0,576 \end{bmatrix}; F=\begin{bmatrix} 0,081 & 0,081 & 0,009 & 0,009 & 0,001 \\ 0,018 & 0,018 & 0,072 & 0,002 & 0,008 \\ 0,144 & 0,004 & 0,016 & 0,016 & 0,064 \end{bmatrix};$$

$$D=\begin{bmatrix} 0,729 & 0 & 0 \\ 0 & 0,648 & 0 \\ 0 & 0 & 0,576 \end{bmatrix};$$

$$C=\begin{bmatrix} 0 & 0,081 & 0,009 \\ 0,162 & 0 & 0,072 \\ 0,036 & 0,144 & 0 \end{bmatrix};$$

$$P=[0,6\ 0,3\ 0,1];$$

$$\Pi=[0,6\ 0,3\ 0,1]\times\begin{bmatrix} 0,729 & 0 & 0 \\ 0 & 0,648 & 0 \\ 0 & 0 & 0,576 \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}=0,6894$$

$$p^3 = Fe_{N-M} = \begin{bmatrix} 0,081 & 0,081 & 0,009 & 0,009 & 0,001 \\ 0,018 & 0,018 & 0,072 & 0,002 & 0,008 \\ 0,144 & 0,004 & 0,016 & 0,016 & 0,064 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,181 \\ 0,118 \\ 0,244 \end{bmatrix};$$

$$Z = Pp^3 = [0,6\ 0,3\ 0,1] \times \begin{bmatrix} 0,181 \\ 0,118 \\ 0,244 \end{bmatrix} = 0,1684$$

$$p^H = C \times e_M = \begin{bmatrix} 0 & 0,081 & 0,009 \\ 0,162 & 0 & 0,072 \\ 0,036 & 0,144 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,09 \\ 0,234 \\ 0,18 \end{bmatrix};$$

$$V = P \times p^H = [0,6\ 0,3\ 0,1] \times \begin{bmatrix} 0,09 \\ 0,234 \\ 0,18 \end{bmatrix} = 0,1422\ .$$

Для нахождения Vmin необходимо, чтобы матрица p^H была переформирована так, чтобы ее элементы были расположены в порядке возрастания: $p^{H1} = \begin{bmatrix} 0,09 \\ 0,18 \\ 0,234 \end{bmatrix}$. Для этого необходимо произвести перекодировку сообщений. В новом варианте кодирования сообщению А должна соответствовать кодовая комбинация 000, так как ей соответствует наименьшее значение p_i^H .Сообщению В должна соответствовать комбинация 011, а С - 001. При этом

$$V^1 = V_{\min} = [0,6\ 0,3\ 0,1] \times \begin{bmatrix} 0,09 \\ 0,18 \\ 0,234 \end{bmatrix} = 0,1314\ ;$$

$$Z^1 = [0,6\ 0,3\ 0,1] \times \begin{bmatrix} 0,181 \\ 0,244 \\ 0,118 \end{bmatrix} = 0,1936\ ;$$

$$\Pi^1 = [0,6\ 0,3\ 0,1] \times \begin{bmatrix} 0,729 \\ 0,576 \\ 0,648 \end{bmatrix} = 0,675\ .$$

Таким образом, как следует из приведенных выше алгоритмов, вычисление П, V и Z просто реализуется с помощью стандартных операций матричной алгебры, что позволяет ускорить составление программ и упростить их отладку.

SUMMARY

The algorithm using matrix algebra for computing the channel's probability characteristics is under consideration. Using matrix algebra enables to put into practice standard operations that accelerates and simplifies composition of programs and its debugging. An example is given.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борисенко А.А., Онанченко Е.Л. Оценка помехоустойчивости неразделимых кодов. / Вест. Сум. ун-та, 1994, N2. с.64-68.
2. Сигорский В.П. Математический аппарат инженера.-К.: Техніка, 1975, 768с.

Поступила в редколлегию 18 ноября 1994г.