ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ СТЕРЖНЯ КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ. ИССЛЕДОВАНИЕ УСТАНОВИВШЕГОСЯ РЕЖИМА.

Бурый А.С., студент ДМ-71, СумГУ, Клименко В.А., ст. преп.

Рассматривается одномерная задача теплопроводности в следующей постановке:

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} = 0,$$

$$T(x,0) = T_0 = const,\ T(0,t) = b_1 + b_0 \cos wt,\ T(l,t) = b_2,\ b_0, b_1, b_2 = const,\ 0 \le x \le l$$

Согласно [1], если

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} = f(x,t),$$

$$T(x,0) = T_0(x),\ T(0,t) = g_1(t),\ T(l,t) = g_2(t),\ 0 \le x \le l,\ t \ge 0,\ a \ne 0,$$

то $T(x,t) = \int\limits_{t_0}^{t}\int\limits_{0}^{l} G(x,\xi,t-\tau)\omega(\xi,\tau)d\xi d\tau$, где

$$\omega(x,t) = f(x,t) + T_0(x)\delta(t) + a^2\delta'(x)g_1(t) + a^2\delta'(l-x)g_2(t),$$

$$G(x,\xi,t) = \frac{2}{l}\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{n\pi x}{l}\sin\frac{n\pi\xi}{l}e^{-\left(\frac{n\pi a^2}{l}\right)t}$$ - функция Грина.

$\delta(x,t)$ - функция Дирака.

После соответствующих преобразований поле температур:

$$T(x,t) = -\frac{x}{l}b_2 - \left(1-\frac{x}{l}\right)b_1 - b_0\left(1-\frac{x}{l}\right)\cos wt - \frac{2w}{\pi}b_0 \sin wt\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n\mu_n^2}\sin\frac{n\pi x}{l} +$$

$$\frac{2aw^2}{l}b_0\cos wt\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\lambda_n^3\mu_n^2}\sin\frac{n\pi x}{l} - \frac{2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}e^{-\lambda_n^2 t}\sin\frac{n\pi x}{l}\left[(-1)^n b_2 - b_1 - \frac{\lambda_n^2}{\mu_n^2}b_0\right.$$

$$+\frac{4T_0}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2n-1}e^{-\lambda_{2n-1}^2 t}\sin\frac{(2n-1)\pi x}{l},$$

где $\lambda_n = \frac{n\pi a}{l}$, $\mu_n^2 = \frac{\lambda_n^4 + w^2}{\lambda_n^2}$, при $t_0 = 0$.

Для установившегося режима

$$\left.\frac{\partial T(x,t)}{\partial x}\right|_{\substack{x=0\\ t\to\infty}} = \frac{b_1-b_2}{l}+\frac{b_0}{l}\left[\cos wt\left(1+2w^2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\lambda_n^2\mu_n^2}\right)-2w\sin wt\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\mu_n^2}\right].$$

В данной задаче получены выражения для поля температур и потоков, рассмотрен установившийся режим.

Литература:

1. *А.Г. Бутковский. Характеристики систем с распределёнными параметрами. – М.: наука, 1979.*

ДО РІШЕННЯ СИНГУЛЯРНИХ ОБУРЕНИХ РІВНЯННЯ ЕЛІПТИЧНОГО ТИПУ ДЛЯ ОБЛАСТЕЙ З КУТОВИМИ ТОЧКАМИ.

Велитченко Н. С., студ. гр ІН-43, СумДУ

У доповіді розглядається рівняння

$$\varepsilon^2\Delta u-k^2(x,y,\varepsilon)=f(x,y,\varepsilon) \qquad (1)$$

де ε - оператор Лапласа $k(x,y)>0$. Таке рівняння описує, наприклад, стаціонарний процес слабкої дифузії (ε^2 мало).

Шукатимемо рішення, що задовольняє граничній умові

$$u\big|_{\Gamma}=\theta(x,y,\varepsilon) \qquad (2)$$

Відомо, що асимптотичне наближення задачі (1) – (2) в області з гладкою межею може бути легко знайдено за допомогою введення граничних функцій. У тому числі нульове наближення має вигляд:

$$u(x,y,\varepsilon)\approx-\frac{f_0(x,y)}{k^2(x,y)}+\left[\theta_0(l)+\frac{f_0(l)}{k^2(l)}\right]\exp(-k(l)\rho)$$

де f_0,θ_0 - перші члени відповідних розкладень, а (ρ,l) - локальні координати в околі межі.

Ми розглянемо випадок, коли межа області не є гладкою, а має кутові точки. У простому випадку це може бути прямокутна область, межа якої містить чотири кутові точки – вершини прямокутника.

Наявність кутових точок приводить до ускладнення граничної структури, а саме поблизу кожного гладкої ділянки межі будується своя гранична функція, залежна від відповідних локальних змінних.