

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ САМОПОДОБНЫХ  
ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

Проф. Олемской А.И., студ. Борисюк В.Н.

Анализ временных рядов является основой разработки и верификации макроскопических моделей, позволяющих последовательным образом представить эволюцию сложных систем на основе микроскопических данных. Такой анализ сводится к вычислению корреляционных функций векторов состояний, представляющих временные последовательности величин, которые характеризуют систему.

Будучи традиционным разделом статистики, анализ временных рядов основывается на классе моделей гармонического осциллятора, которые отвечают простейшему случаю гауссовского случайного процесса. Однако в действительности оказывается, что реальный временной ряд скорее отвечает полётам Леви, нежели чем гауссовским процессам, которые являются их частным случаем. Известная особенность полётов Леви состоит в их инвариантности относительно масштабных преобразований, в связи с чем проблема исследования временных рядов сводится к анализу самоподобных стохастических процессов.

Использование формализма неаддитивной статистической физики показывает, что простейший временной ряд может быть представлен моделью идеального газа, фазовый объём которого задаётся скоростью изменения стохастической переменной. Использование энтропии Реньи и статистики Цаллиса позволяет стандартным образом ввести температуру и энтропию, объём и давление, внутреннюю и свободную энергии. Принципиально важным условием предложенной

схемы является свойство самоподобия временного ряда, означающее масштабную инвариантность к изменению размера системы. Формально это выражается в том, что все термодинамические характеристики определяются характерной комбинацией числа частиц и параметра неаддитивности, которая задаётся фрактальной размерностью ряда.

Поведения реального временного ряда определяется поправками к приближению идеального газа, обусловленными действием внешнего поля и межчастичным взаимодействием. Использование модели Ван-дер-Ваальса приводит к температурным зависимостям теплоёмкости и восприимчивости, условия положительности которых определяют предсказуемость поведения ряда. Эти условия приводят к появлению максимального размера временного интервала и минимального масштаба изменения стохастической переменной. Ограничения на фрактальную размерность оказываются несущественными.

Статистическая картина поведения временного ряда определяется эффективной температурой, которая зависит экспоненциально от фрактальной размерности и степенным образом - от максимального разброса стохастической переменной. Численное исследование ряда, представленного неаддитивными случайными блужданиями, подтверждает эти зависимости, а также закон равномерного распределения, согласно которому эффективная температура равна средней энергии, приходящейся на степень свободы. Существенный разброс численных данных обусловлен мультифрактальным характером и кластеризацией временных рядов. Мультифрактальный характер временного ряда подтверждает численный расчет функции мультифрактального спектра.