МЕТОД ПОБУДОВИ МОДЕЛІ ПОСЛІДОВНОСТІ ПОМИЛОК У СИСТЕМІ ПЕРЕДАЧІ ДАНИХ

студ. Щокотова О.М.

Для забезпечення можливості спостережності процесу передачі дискретних повідомлень в адаптивних системах передачі даних (СПД) необхідно визначення статистичних характеристик цього процесу. Одним з актуальних питань є побудова моделей помилок для інформаційних каналів (ІК) СПД, в більшій мірі об'єктивних і точних у порівнянні з відомими. Таку можливість дає застосування функції Вейбула [1], яка широко використовується в теорії надійності. Доповідь присвячено методу побудови моделі послідовності помилок в ІК СПД на підґрунті статистичного розподілу Вейбула.

Вихідна послідовність ІК формується як результат додавання по mod2 вхідної послідовності X_κ і послідовності помилок Z_κ:

$$X_\kappa + Z_\kappa = Y_\kappa \ (mod2). \qquad (1)$$

Відповідно до формули (1), кількість ξ помилок у прийнятому повідомленні Y_κ, яку називають кратністю помилок [2], дорівнює числу елементарних символів послідовності помилок Z_κ, що мають значення 1. Вичерпною статистичною характеристикою послідовності помилок Y_κ є функція розподілу $F_\xi(j)$ випадкової величини ξ [3], що дорівнює імовірності $P_\xi(<j)$ події "$\xi < j$":

$$F_\xi(j) = P_\xi(<j), \ j = \overline{0,n}. \qquad (2)$$

Однак практичний інтерес уявляє не сама функція розподілу $F_\xi(j)$, а так звана функція помилок, що представляє собою закон розподілу імовірності події "$\xi \geq j$":

$$P_{ош}(j) = P_\xi(\geq j) = 1 - F_\xi(j), \ j = \overline{1,n}. \qquad (3)$$

Цю функцію вважають статистичною моделлю послідовності помилок. Функція $P_{ош}(j)$ в її області визначення $j \in [0,n]$ дає зручну оцінку стійкості до впливу перешкод процесу передачі повідомлень в СПД. Не вимагає доказу рівність

$$P_{ош}(0) = P_\xi(\geq 0) = 1. \qquad (4)$$

Не представляє технічної складності визначення "частості" стирання повідомлень без перепитань (тобто заборони їхнього надходження в декодер). Тому можемо вважати відомою (вимірною) імовірність $P_{\xi}(>r)$ події "$\xi > r$" або, що те ж саме, імовірність $P_{\xi}(\geq r+1)$ події "$\xi \geq r+1$", де r – виправляюча здатність коду. Інакше кажучи, у системах з вирішальним зворотним зв'язком і (або) блокуванням вимірно, принаймні приблизно, значення функції $P_{ош}(r+1)$. Однак закон розподілу помилок у цьому діапазоні не має практичного значення, у зв'язку з чим може бути прийнятий зручний з будь-яких розумінь вид функції $P_{ош}(j)$ при $0<j<r+1$. Зокрема, може бути прийняте визнане в теорії і практиці систем зв'язку показниковий розподіл [2]

$$P_{ош}(j)=(n/j)^{1-\alpha}\cdot p, \tag{5}$$

де α - показник групування помилок; p - імовірність викривлення одного символу вхідної послідовності $X_к$ каналу у припущенні незалежного розподілу помилок у цій послідовності, в процесі передачі її по каналу, який при цьому припущенні називають симетричним. Оскільки послідовності $Y_к$ з числом виявлених помилок $\xi_0 \leq r$ виправляються і декодуються так само, як і послідовності $Y_к$ з невиявленими помилками, то цілком може бути прийнято рівність функції помилок одиниці на всьому інтервалі $[0,r]$:

$$P_{ош}(j)=1,\ \ j=\overline{0,r}\,. \tag{6}$$

Зауважимо, що для кодів, які лише виявляють помилку, r=0.

Таким чином, функцію помилок $P_{ош}(j)$ на інтервалі $[0,r+1]$ можна вважати спостережною, оскільки на інтервалі $[0,r]$ вона визначається аналітично, а у точці $j=r+1$ вона обчислюється приблизно по вимірюваній частості стирань без переспитань. Прийнявши модель помилок на інтервалі $[0,r]$ у вигляді (6), визначаємо умови впливу перешкод на канал як найбільш "важкі", оскільки в такому випадку припускається, що при виправляючій здатності коду, рівної r, кожна послідовність $Y_к$ містить помилку кратності $j \geq r$. У точках $\xi \geq r+1$ модель (6) застосовувати вже неприпустимо через можливість багаторазового завищення оцінки значення функції $P_{ош}(r+1)$, що може привести до прийняття нераціонального рішення про необхідність збільшення виправляючої здатності коду для досягнення необхідного значення вірності передачі повідомлень по даному каналу. Для одержання значення $P_{ош}(r+1)$ варто прийняти строгу рівність

$$P_{ош}(r+1) = 1-P_{в}, \tag{7}$$

де $P_{в}$ – вірність передачі повідомлень.

Для ідентифікації функції $P_{ош}(j)$ у реальній СПД досить, у залежності від обраного типу моделюючої функції, знати значення $P_{ош}(j)$ для двох–трьох значень j. Два значення ми завжди маємо, це $P_{ош}(r)$ і $P_{ош}(r+1)$. У якості третього зручно прийняти значення $P_{ош}(n)$, що дорівнює імовірності повної інверсії сигналу $X_к$. Імовірність $P_{ош}(n)$ можна визначити технічними засобами, але цілком можна прийняти $P_{ош}(n)=0$, оскільки в реальних СПД при великих значеннях n повна інверсія сигналу $X_к$ практично виключена.

Аналіз спостереження результатів впливу перешкод на корисний сигнал дає підстави затверджувати, що незалежно від способу кодування повідомлень, симетричності і стаціонарності каналу мають місце такі закономірності: $P_{ош}(0)=1$; функція $P_{ош}(j)$ являється незростаючою при невеликих значеннях аргументу j, а при достатньо великих значеннях j – спадаючою та строго випуклою. Отже, функція $P_{ош}(j)$ може мати точку перегину при деякому (невеликому) значенні $j=j' \geq 0$; при $0< j< j'$ функція $P_{ош}(j)$ являється впалою [2]; чим більша довжина n кодових комбінацій, що передаються, тим більше середнє статистичне число елементарних сигналів, що викривляються перешкодами (шумом). Це значить, що характер функції $P_{ош}(j)$ залежить від параметру n таким чином, що для двох кодових комбінацій довжиною n_1 та n_2, при $n_2 > n_1$ та $j' \leq j \leq n_1$ має місце нерівність

$$P_{ош.2}(j)>P_{ош.1}(j), \tag{8}$$

де $P_{ош.1}(j)$ та $P_{ош.2}(j)$ – імовірності подій $\xi \geq j'$ при $n=n_1$ та $n=n_2$ відповідно; ймовірність $P_{ош}(n)$ інвертування значень усіх елементарних символів, що передаються кодовою комбінацією $X_к$ значно менше одиниці та тим менше, чим більше довжина n послідовності $X_к$. Отже, $P_{ош}(n) \to 0$ при $n \to \infty$.

В якості класу законів розподілу, відповідаючих описаним закономірностям, пропонується вибрати розподіл Вейбула

[1], модифікований шляхом масштабування значень експоненціальної функції:

$$P_{ош}(j)=\begin{cases}1 \quad при \quad j \le r,\\ \alpha \cdot \exp\left\{-\left((j-\mu)/\sigma\right)^{\nu}\right\} \quad при \quad j \ge r+1.\end{cases} \tag{9}$$

Тут μ – параметр зсуву ($0 \le \mu \le j'$), $\nu>0$ та $\sigma>0$ – параметри форми кривої розподілу, $\alpha>0$ – параметр масштабу експоненти (власне розподіл Вейбула має місце при $\alpha=1$). Тут ми прийняли, що число викривлених символів не менше ніж r, тобто здатність виправлення коду погоджена з агресивністю перешкод у найбільш "жорсткому" варіанті. Цей же факт відображає й рівність (6).

Вибір значення параметра зсуву μ природно поставити в залежність від виправляючої здатності коду. Очевидно, варто задати $\mu < r+1$. Чим більше значення μ, тим вище агресивність перешкод, оскільки зі збільшенням μ зростають значення $P_{ош}(j)$ при $j \ge r+1$.

Можливість завдання практично будь–якого закону розподілу помилок виду (9) забезпечується варіацією параметрів σ, μ і ν. Для одержання значення $P_{ош}(r+1)=1-P_в$ треба застосувати масштабування функції $P_{ош}(j)$ при $r+1 \le j \le n$ за допомогою масштабного коефіцієнта α за правилом

$$\alpha = (1-P_в)/exp(-((r+1-\mu)/\sigma)^{\nu}). \tag{10}$$

Доповідь проілюстровано графіками функції помилок при варіації параметрів σ, μ, ν і α, що підтверджує можливість ідентифікувати будь-яку функцію помилок в реальних СПД на підставі результатів її іспитів.

ЛІТЕРАТУРА

1. Математическая энциклопедия. /Ред. коллегия: И.М. Виноградов (глав.ред.) [и др.] Т.1 – М.: «Советская Энциклопедия», 1977. – с.793.
2. Элементы теории передачи дискретной информации / Под ред. Л.П.Пуртова.– М.: Связь, 1972.
3. Ивашев– Мусатов О.С. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Наука, 1979.