

sites topplings occur the avalanches. The dynamical process creates a stationary state, where transport takes place through events on all length scales and all time scales: stationarity implies criticality. During the experiment both the phenomenon of an avalanche formation and attaining of statistically stationary state have been investigated. The stationary state of the system is characterized by a set of critical exponents. We investigate the probability density of generating the avalanches and distributions over sizes and lifetimes.

The computer simulations confirmed analytical results of power-law distribution over avalanche sizes and lifetimes. We have shown that the nature of the large avalanches formation is the same as for small ones. We have found that variability of the initial configurations yields to formation of stationary structures inherent in fractals. To visualize the avalanche formation process the corresponding code is generated.

ЭКОНОМЕТРИКО-ИГРОВОЙ ПОДХОД К МОДЕЛИРОВАНИЮ МАКРОЭКОНОМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Васильев А. А., Назаренко А. М.

В данной работе описывается способ построения динамической математической модели, основанной на принципе максимизации прибыли, описывающей эволюцию макроэкономических процессов, и предназначенной как для анализа текущих состояний, так и для прогнозирования, с помощью методов современной теории позиционных дифференциальных игр, динамики их развития. Также разработана эконометрическая процедура идентификации моделей, и построен алгоритм для гладкой аппроксимации решения задачи идентификации.

Для оценивания развития страны можно использовать статистические данные об изменении основных фондов p , материальных затрат q , и валового национального дохода h . В

соответствии с экономической теорией можно предположить, что величина h зависит от p и q , т.е. будет выражаться зависимостью $h = H(p, q)$, где $H(p, q)$ некоторая функция двух переменных. Опираясь на статистические данные можно определить её неизвестные коэффициенты, например, с помощью метода наименьших квадратов (МНК).

Рассмотрим рынок, все участники которого имеют одну цель – максимизировать собственную прибыль. Это означает, что производители товаров в каждый момент времени выбирали объём производства и цены продаж, стремясь максимизировать свою прибыль h , в то время, как продавцы материальных ресурсов, стремясь также максимизировать свою прибыль, напротив своими действиями минимизировали величину h . Следовательно, $H(p, q)$ – эмпирический закон зависимости прибыли от объёма производства и материальных расходов, и в качестве результата взаимодействия спроса и предложения может быть истолкован как результат разрешения конфликта между двумя обобщёнными игроками: производителем товаров и производителем материальных ресурсов [1].

В высказанных предположениях эволюция величин $p(t)$ и $q(t)$ в процессе игры – рыночного конфликта, проходила вдоль градиентной кривой [2] функции $H(p, q)$, т.е. функции $p(t)$ и $q(t)$ являются решением системы дифференциальных уравнений

$$p = u(t) \cdot \frac{\partial H(p, q)}{\partial p}, \quad q = -v(t) \cdot \frac{\partial H(p, q)}{\partial q} \quad (1)$$

при начальных условиях $p(0) = p_0$, $q(0) = q_0$.

Смысл функций $u(t)$ и $v(t)$ следующий: функция $u(t)$ показывает, насколько успешно справлялся со своей целью производитель, т.е. скорость с которой он наращивал производство и сбыт своей продукции, а $v(t)$ характеризует аналогичные действия поставщика. Естественно, что в периоды, когда шел рост объёма реализованных товаров, функции $u(t)$ и $v(t)$ будут положительными, и напротив, в периоды, когда происходил спад в реализации $u(t)$ и $v(t)$ будут отрицательными.

Записав систему (1) в дискретній формі ми можемо виконати краткосрочний прогноз динаміки розвитку вивчаемого макроекономічного процесу.

Далі опишемо процедуру побудови функцій $u(t)$ і $v(t)$. Їх слід визначати по наявним статистичним даним так, щоб при $t = \overline{1, N}$ рішення $p(t)$ і $q(t)$ системи (1) приблизно задовольняли вихідним статистичним даним. Це обернена задача динаміки, т.е. задача апостеріорного оцінювання невідомих сил в динамічних системах по результатам вимірювання фазових координат в задані дискретні моменти часу.

Будемо апроксимувати істинні значення величин u і v многочленами деякого ступеня з невідомими коефіцієнтами виду

$$u = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots + a_k t^k, \quad v = b_0 + b_1 t + b_2 t^2 + \dots + b_m t^m. \quad (2)$$

Здесь ступені k і m встановлюються експериментально, невідомі коефіцієнти оцінюються методом найменших квадратів, після чого проводиться регресійний аналіз моделей. Якість оцінювання моделі будемо визначати за допомогою коефіцієнта детермінації R^2 .

Для ідентифікації функцій $u(t)$ і $v(t)$ запишемо систему (1) в інтегральному вигляді

$$p(t) = p_0 + \int_0^t u(t) \frac{\partial H(p(t), q(t))}{\partial p} dt, \quad q(t) = q_0 - \int_0^t v(t) \frac{\partial H(p(t), q(t))}{\partial q} dt \quad (3)$$

де $u(t)$ і $v(t)$ – функції виду (2). Численно взявши інтеграли в рівняннях (3), можна застосувати метод найменших квадратів для оцінювання невідомих коефіцієнтів в (2). Оптимальні значення ступенів k і m многочленів (2) знаходяться з економетричних міркувань [3].

Описаний підхід проілюстровано на прикладі даних про динаміку розвитку економіки України.

Література

1. Жуковский В. И., Чикрий А. А. Линейно-квадратичные дифференциальные игры. – К.: Наукова Думка, 1994. – 320 с.

2. Васильев Ф. П. Численные методы решения экстремальных задач: Учеб. Пособие для вузов. – М.: Наука, 1988. – 522 с.
3. Назаренко О. М. Основы эконометрики: Підручник. – Київ: „Центр навчальної літератури”, 2004. – 392 с.

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ГАЗОТРАНСПОРТНОЙ СИСТЕМЫ

Михайленко Ю. П., Назаренко А. М.

Украина занимает важное место связующего звена между крупнейшим экспортёром нефте- и газо-продуктов – Россией и импортирующей их Европой. Поэтому научно обоснованная и качественная организация газотранспортной системы является актуальной и важной проблемой. В данной работе мы предложили одну из возможных математических моделей её организации.

В качестве выходной характеристики модели выберем производительность Q . Будем измерять ее в млн. м³ в год. Среди множества объясняющих факторов остановим свой выбор на среднем диаметре D газопроводности системы (мм), общей установленной мощности N газоперекачивающих агрегатов (МкВт) и средней дальности L перекачки газа (км). Можно предположить, что Q будет выражаться некоторой зависимостью от D , L и N , т.е.

$Q = f(D, L, N)$, где f – некоторая функция трёх переменных, вид которой выбирается на основании опыта и интуиции исследователя.

Но было бы неправильно рассматривать только лишь это уравнение, так как в нём не учитывается взаимное влияние факторов, участвующих в модели. Чтобы учесть это, в работе предлагается использовать методы позиционных дифференциальных игр и эконометрики для создания эконометрических моделей, описывающих связанную эволюцию