Міністерство освіти і науки України
Міжнародний економіко-гуманітарний
університет
Імені академіка Степана Дем'янчука

Р.М. Літнарович

О С Н О В И   М А Т Е М А Т И К И

Дослідження впливу ситуативної тривожності на характеристики пам'яті

Навчальний посібник для студентів
Педагогічного факультету

Частина 2

Рівне 2006

Літнарович Р.М. Основи математики. Дослідження впливу ситуативної тривожності на характеристики пам'яті. Навчальний посібник для студентів педагогічного факультету.

Частина 2.МЕГУ. Рівне,2006 -27с.

Р е ц е н з е н т и: В. Г. Бурачек, доктор технічних наук, професор

Е. С. Парняков, доктор технічних наук, професор

В. О Боровий, доктор технічних наук, професор

Відповідальний за випуск:

Й. В. Джунь, доктор фізико-математичних наук, професор

Розроблена методика обробки матеріалів за результатами психологічного і педагогічного експерименту. Обробка матеріалів проводиться за способом найменших квадратів. Встановлюється тіснота зв'язку між факторними і результативними ознаками, будується точкова діаграма, підбирається апроксимуюча функція, проводиться контроль і оцінка точності.

Для студентів і аспірантів педагогічних факультетів.

Літнарович Руслан Миколайович доцент, кандидат технічних наук

О С Н О В И   М А Т Е М А Т И К И

Навчальний посібник
для студентів педагогічного факультету

Частина 2

Комп'ютерний набір, верстка, редагування і дизайн у редакторі Microsoft Office 2003 Саясіна Оксана Вікторівна

Міжнародний економіко-гуманітарний університет ім.. акад.. С. Дем'янчука

33027, м. Рівне, вул. акад. С. Дем'янчука, 4

Місце для нотаток:

З М І С Т

“Эксперимент никогда не обманывает,
обманчивы наши суждения ”
Леонардо да Винчи

П Е Р Е Д М О В А

Для обробки матеріалів психологічного і педагогічного експериментів необхідно використати математичний апарат, який дав би можливість визначити зв’язок між факторними і результативними ознаками і вивести формулу такого зв’язку.

При цьому доцільно використати спосіб найменших квадратів, як добре розроблений інструментарій оптимізації розрахунків експериментальних даних з оцінкою точності результатів.

Фундаментом математичної результатів експерименту служить в основному математика, теорія ймовірностей і математична статистика.

В навчальні плани вузів необхідно ввести таку дисципліну як математична обробка педагогічного і психологічного експерименту. Основні задачі дисципліни можна сформувати наступним чином:

1. Вивчення законів виникнення і розподілу похибок вимірів і обчислень експериментальних даних.
2. Встановлення критеріїв для виявлення в результатах вимірів систематичних похибок і промахів.
3. Знаходження ймовірніших значень виміряних величин із результатів їх багатократних вимірів.
4. Попередній розрахунок сподіваної точності і оцінка

Місце для нотаток:

<u>Місце для нотаток:</u>

точності отриманих результатів вимірів.
5. Характеристики точності кінцевих значень результуючих ознак за результатами математичної обробки вимірів.
6. Встановлення сили і форми зв’язку між факторними і результативними ознаками.

Матеріал підготовлений за курсом лекцій, прочитаних автором студентам педагогічного факультету Міжнародного економік-гуманітарного університету ім. Академіка С. Дем’янчука у 2006р.

Автор виражає щиру вдячність доктору фізико-математичних наук, професору Й.В. Джуню, який позитивно оцінив науковий напрямок і дав можливість прочитати курс лекцій і підготувати матеріал до видання.

Дослідження впливу ситуативної тривожності на характеристики пам'яті

1. Представлення операційних змінних – рівня тривожності і характеристик пам'яті.

В книзі Максименко Д.С. Носенко Є.Л. „Експериментальна психологія".-К.:МАУП, 2004,-124с. приведена таблиця „Залежності пам'яті від ситуативної тривожності":

Таблиця 1.1.Залежність пам'яті від ситуативної тривожності („Сирі данні")

Досліджуваний	Показник рівня тривожності X_i	Кількість правильних відповідей Y_i
1	2,8	8
2	1,9	13
3	2,9	5
4	2,0	16
5	3,0	11
6	3,1	6
7	2,8	9
8	1,6	18
9	3,2	5
10	3,3	2
Всього n = 10	$\sum$ 26,6	$\sum$ 93,0

Операційними змінними були :

9. Максименко С.Д., Носенко Є.Л. Експериментальна психологія.–К.: МАУП, 2004,–128с.
10. Опря А.Т. Статистика,–К.: Центр навчальної літератури, 2005,–472с.
11. Очков В.Ф., Хмелюк В.А. От микрокалькулятора к персональному компьютеру /Под ред.А.Б. Бойко.–М.: Изд. МЭИ,1990,–224с.
12. Рывкин А.А. и др. Справочник по математике. Изд. 3–е. М.: Высшая школа, 1975,–554с.
13. Статистическая обработка результатов экспериментов на микро–ЭВМ и программируемых калькуляторах /А.А. Костылев, П.В. Миляев, Ю.Д. Дорский и др.: Л.: Энергоатомиздат, 1991,–304с.
14. Трофименко Я.К., Любич Ф.Д. Инженерные расчеты на микрокалькуляторах.–К.: Техніка, 1980,–384с.
15. Уманець Т.В., Пігарев Ю.Б. Статистика: навчальний посібник.К.: Вікар, 2003,–625с.
16. Фильчаков П.Ф. Справочник по высшей математике. К.: Наукова думка, 1972,–744с.
17. Франтішек Латка. Математичний міні лексикон. Львів: Світ,1900,–107с.
18. Цыпкин А.Г., Цыпкин Г.Г. математическое формулы. Алгебра. Геометрия. Математический анализ: Справочник.–М.: Наука, 1985,–128с.

Л І Т Е Р А Т У Р А

1. Бронштейн І.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУЗОВ – М.: Наука,1980,–975с.
2. Вища математика: Підручник / за ред. Шинкарика М.І.– Тернопіль: видавництво Карп'юка, 2003, –480с.
3. Дубовик В.П., Юрик І.І. Вища математика: Навчальний посібник. –К.: А.С.К., 2001,– 648 с.
4. Козира В.М. Елементарна та вища математика: Довідник для учнів, вступників для ВНЗ, студентів. – Тернопіль: СМП „АСТОН", 2004,–100с.
5. Корн Г., Корон Т. Справочник по математике.: М. :Наука, 1973,–831с.
6. Літнарович Р.М. Елементи науково-дослідної роботи студентів під час вивчення теми „Математична обробка та оцінювання точності геодезичних вимірів" . Нові технології навчання. Науково-методичний збірник. Випуск 14.-К.:ІСДО, 1995, с.123-126.
7. Лябах Б.В., Литнарович Р.Н. Научно–исследовательская работа студентов как фактор интенсификации познавательной деятельности. Основные пути повышения качества подготовки специалистов для народного хозяйства. Брянск, БСХИ, 1984,–с.99–100.
8. Літнарович Р.М., Кравцов М.І. До питання оцінки точності визначення координат пункту із GPS спостережень. Інженерна геодезія. Науково–технічний збірник. Вип. 50–К.: КНУБА, 2004,–с.125–134.

– для рівняння ситуативної тривожності – бали тесту самооцінки тривожності Спілбергера (X);
– для характеристики пам'яті – кількість правильних відповідей на запитання вікторини (Y).

Задача дослідника — встановити залежність між X і Y і описати формулою, якщо така можливість існує, яка б оптимально апроксимувала лінію графіка по результатах розрахунку, зробити оцінку точності.

Апроксимації тестових досліджень можна виконувати різними методами, наприклад, за допомогою сплайн-функцій, поліномами будь-якого порядку, логарифмічними і експоненціальними кривими і т. і.. Розроблена комп'ютерна програма, яка дає можливість апроксимувати будь-які експериментальні данні поліномами будь-якого порядку. Підбираючи чим більшу степінь полінома, згладжуюча крива буде кращим чином проходити по всім експерентальним точкам, але загальна тенденція буде спотворена. Тому слід буде вибрати як найпростіші лінії графіка і якнайменшу степінь полінома для вияву загальної тенденції результативної і факторної ознак.

У психології широко використовують графічні зображення у формі точок у просторі. Так подають результати багатовимірного шкалування, факторного аналізу, латентно-структурного аналізу ...

2. Побудова точкової діаграми

У випадку опису результатів диференційно-психологічних досліджень точками на графіку позначають досліджуваних; осями є фактори, що вивчаються. За результатами таблиці 1.1 побудуємо точкову діаграму.

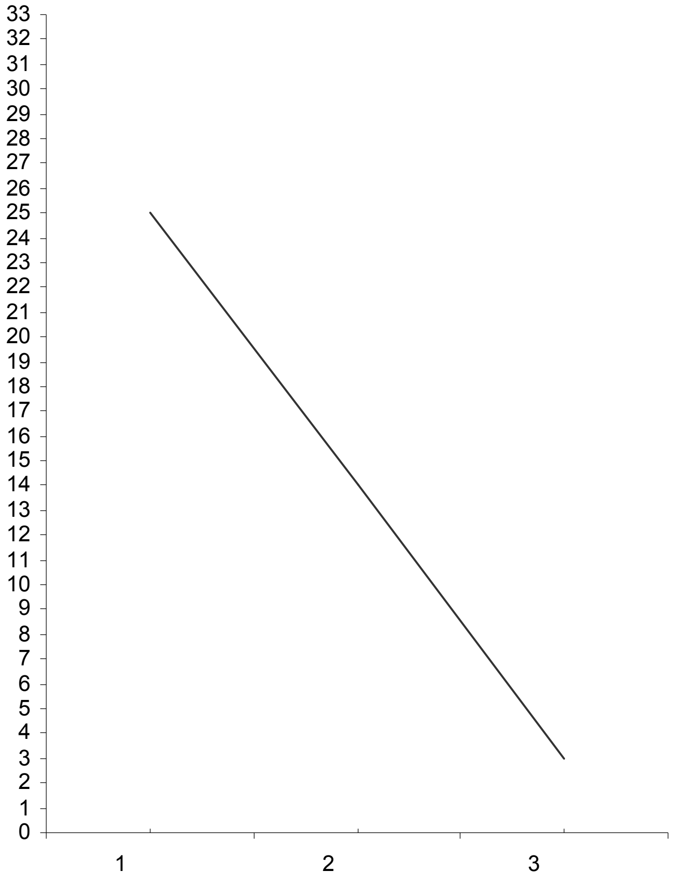


Рис.2.1. Точкова діаграма для вивчення співвідношення тривожності і характеристик пам'яті:
X – показник рівня тривожності;
Y– кількість правильних відповідей.

Висновки

1. За результатами проведених психологічних досліджень встановлено, що коефіцієнт кореляції між факторними і результативними ознаками дорівнює –0,916 , що говорить про надто високий зв'язок .

2. Побудований тренд функціонального зв'язку. Виведена формула має вигляд :

$$y' = 30.27-7.88x.$$

3. Виконана оцінка точності побудованого тренду і встановлено, що виведена нами формула має середню квадратичну похибку m = 0.105 по відхиленнях розрахункових даних від експериментальних.

4. Встановлено, що для проведення досліджень при апроксимації прямолінійною функцією $y = a + bx$ нам повністю підходить програма «OLIN» програмованого мікрокалькулятора CITIZEN SRP–350.

5. Дані експерименту кращим чином апроксимуються лінійною функцією.

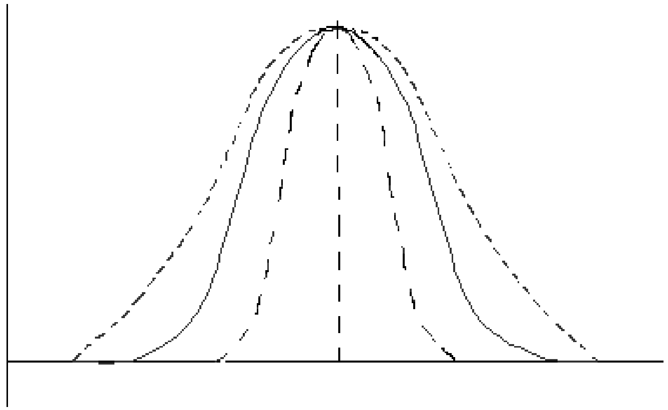
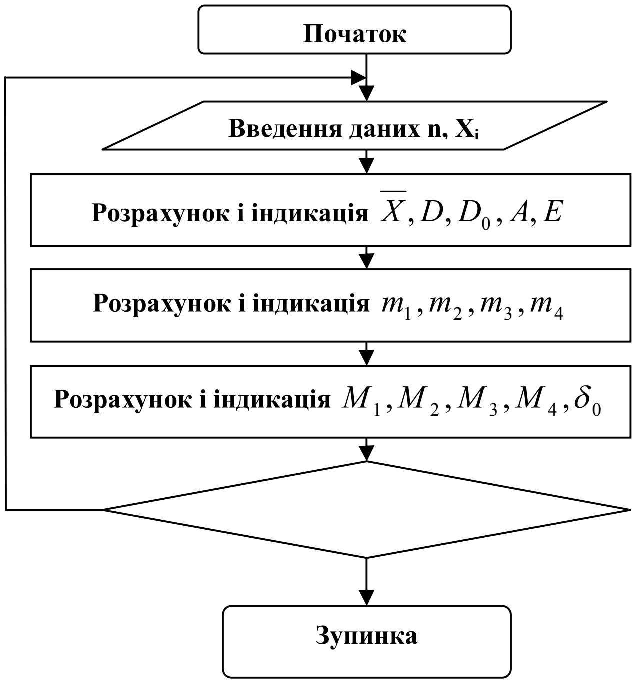


Рис.2.3. Крива розподілу при E>0 і E<0

Блок-схема програми



Результати експериментальних досліджень, представлених на рис. 2.1. доцільно апроксимувати формулою y = a + bx прямолінійної залежності по способу найменших квадратів. В результаті проведених досліджень отримана формула $\overline{y}=$ 30,27 – 7,88x. Якщо x = 0, то y = 30,27. Тобто, пряма перетинає вісь y на позиції 30,27.

При y = 0 отримаємо $x=\dfrac{30.27}{7.88}=3.84$. Тобто, пряма перетинає вісь x на позначці 3,84 (див. рис. 2.1.).

Знак „мінус" (-7,88) означає, що апроксимуюча крива складає при зростанні x.

3. Обчислення коефіцієнта кореляції r і коефіцієнтів a і b.

Коефіцієнт кореляції розраховуємо за формулою:

$$r^2 = \frac{\left[\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \sum_{i=1}^{n} Y_i\right]^2}{\left[\sum_{i=1}^{n} X_i - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2\right]\left[\sum_{i=1}^{n} Y_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)^2\right]}. \quad (2.1)$$

Позначимо

$$\left[\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \sum_{i=1}^{n} Y_i\right] = A \qquad (2.2)$$

$$\left[\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2\right] = B. \qquad (2.3)$$

Тоді формула (2.1) набуде вигляду :

$$r^2 = \frac{A^2}{B\left[\sum_{i=1}^{n} Y_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)^2\right]}. \qquad (2.4)$$

Коефіцієнти a і b формули

$$y = a + bx \qquad (2.5)$$

для експериментальних значень X_i Y_i знаходять методи найменших квадратів за формулами :

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \sum_{i=1}^{n} Y_i}{\left[\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2\right]}; \qquad (2.6)$$

$$a = \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} Y_i - b\sum_{i=1}^{n} X_i\right). \qquad (2.7)$$

Порівнюючи формули (2.6) і (2.1), помітимо що чисельник формули (2.1) дорівнює чисельнику формули (2.1), підведеного до квадрату у формулі (2.1), а перший множник знаменника формули (2.1) співпадає із знаменником формули (2.6).

дисперсія є зміщеною.

Незміщена дисперсія

$$D_0 = \delta_{n-1}^2 = M_2 n/n - 1. \qquad (2.22)$$

Характер скошеності функції щільності розподілу P(x) визначається значенням асиметрії A:

$$A = \frac{1}{nD^{3/2}}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^3 = M_3 \Big/ M_2^{3/2}. \qquad (2.23)$$

При A = 0 крива ймовірності P(x) симетрична, при A>0 витягнута її права частина, а при A<0 – її ліва частина спаду.

Показником гостроти піка P(x) у порівнянні з нормальним розподілом, є ексцес E :

$$E = \frac{1}{nD^2}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i - \overline{X}\right)^4 = \frac{M_4}{M_2^2} - 3. \qquad (2.24)$$

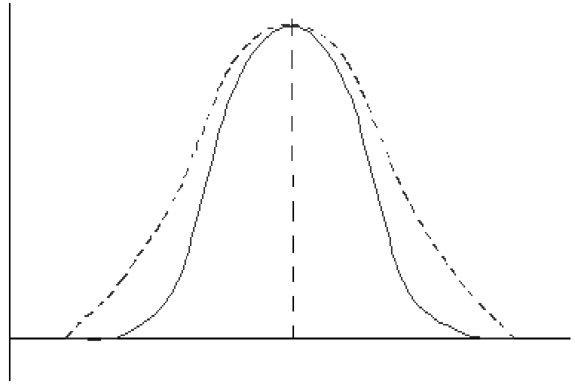


рис.2.2. Крива розподілу при A<0 I A>0

Центральний момент розраховується за формулою :

$$M_k(X)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[X_i-m_1(X)\right]^k, k=1,2,3,4,... \qquad (2.15)$$

Звичайно $K \le 4$.

Центральні моменти являють собою середні з різних степенів відхилень від середньої арифметичної.

$$M_1(X)=0, \qquad (2.16)$$

$$M_2=m_2-m_1^2, \qquad (2.17)$$

$$M_3=m_3-3m_1m_3+2m_1^3, \qquad (2.18)$$

$$M_4=m_4-4m_1m_3+6m_1^2m_2-3m_1^4. \qquad (2.19)$$

Найбільш ймовірне (середнє) значення числа в масиві

$$\overline{X}=m_1=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i. \qquad (2.20)$$

Ймовірна степінь відхилення X_i від $\overline{X}$ є дисперсія

$$D=\delta^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^2=M_2. \qquad (2.21)$$

Величина $\delta=\sqrt{D}$ є стандартним відхиленням (або середньою квадратичною похибкою).

Для нормального розподілу обчислення

Приймаючи до уваги вираз (2.2) і (2.3), отримаємо

$$b = \frac{A}{B}. \qquad (2.8)$$

Таким чином, формули (2.2), (2.3), (2.4), (2.7) і (2.8) повністю рішають поставлену задачу.

За законом Чеддока, якщо :

1) r = 0.1 – 0.3 , то зв'язок між ознаками (X і Y) – слабкий;
2) r = 0,3 – 0,5 , то зв'язок помірний;
3) r = 0,5 – 0,7 , то зв'язок помітний;
4) r = 0,7 – 0,9 , то зв'язок високий;
5) r = 0,9 -0,99 , то зв'язок надто високий.

При $r < 0$, як в нашому випадку, – при зростанні X зменшується Y.

4. Практична реалізація

В навчальних цілях, на першому етапі досліджень практичну реалізацію теоретичних викладок необхідно виконувати за допомогою обчислювальної таблиці. Обчислювальна таблиця – це алгоритм розрахунку за допомогою будь-яких обчислювальних засобів – простого мікрокалькулятора, програмованого мікрокалькулятора або персонального комп'ютера .

Обчислювальну таблицю доцільно привести у вигляді плаката при публічному захисті результатів досліджень. Крім того, вона є конкретним прикладом при складанні програми на ЕОМ.

Таблиця 2.2. „Обчислювальна таблиця”

i	X_i	Y_i	X_iY_i	X_i^2	Y_i^2	$\overline{y}$=30.27-7.88x	$V_{\overline{y}}=\overline{y}-y_i$	$V_{\overline{y}}^2$
1	2.8	8	22.4	7.84	64	8.20	+0.20	0.04
2	1.9	13	24.7	3.61	169	15.29	+2.29	5.24
3	2.9	5	14.5	8.41	25	7.41	+2.41	5.81
4	2.0	16	32	4	256	14.50	-1.50	2.25
5	3.0	11	33	9	121	6.62	-4.38	19.18
6	3.1	6	18.6	9.61	36	5.83	-0.17	0.03
7	2.8	9	25.2	7.84	81	8.20	-0.80	0.64
8	1.6	18	28.8	2.56	324	17.66	-0.34	0.12
9	3.2	5	16	10.24	25	5.04	+0.04	0.00
10	3.3	2	6.6	10.89	4	4.25	+2.25	5.06
$\sum=10$	26.6	93.0	221.8	74.0	1105		0	38.37

Середня квадратична похибка побудови апроксимуючої кривої

$$\overline{y}=30.27-7.88x$$

складає

$$m_{\overline{y}}=\sqrt{\frac{\sum V_{\overline{y}}^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{38.37}{9}}=2.06\ .$$

Приведемо розрахунок

$$r^2=\frac{\left(221.8-\frac{1}{10}\cdot 26.6\cdot 93\right)^2}{\left[74-\frac{1}{10}(26.6)^2\right]\left[1105-\frac{1}{10}(93)^2\right]}.$$

В нашому випадку

$A=221.8-247.38=-25.58,$

$B=\left[74-\frac{1}{10}(26.6)^2\right]=74-70.756=3.244,$

6. Абсолютні характеристики варіації

Для дослідження характеристик розподілу необхідно обчислити початкові і центральні моменти, середнє, дисперсію, асиметрію і ексцес.

Варіаційний ряд розподілу може характеризуватися системою статистик, які мають загальний математичний вираз і називаються моментами розподілу.

Систему моментів розподілу вперше розробив російський математик П.Л.Чебишев. Сукупність n результатів експерименту характеризується початковими і центральними моментами К-го порядку.

При К=0 момент визначається початковим моментом нульового порядку, при к=1 – початковим моментом 1-го порядку, при К=2 – початковим моментом 2-го порядку і т. і.

$$m_k(X)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^k, \tag{2.10}$$

$$m_1(X)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^1, \tag{2.11}$$

$$m_2(X)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^2, \tag{2.12}$$

$$m_3(X)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^3, \tag{2.13}$$

$$m_4(X)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i^4. \tag{2.14}$$

……………………………………………………………

Інструкція:

1. Натиснувши клавішу mode входимо в меню програм.
2. Вибираємо програму 1stat, підводячи курсор.
3. Натискуємо клавішу Enter, входячи в підменю програм.
4. Вибираємо підпрограму 2reg і натискуємо клавішу Enter.
5. Підводимо курсор під підпрограму 0lin.
6. Натискуємо клавішу data.
7. Натискуємо клавішу data-input, підводячи під неї курсор.
8. Натискуємо клавішу Enter.
9. Попарно набираємо параметри $X_i \downarrow Y_i$, натискуючи курсор $\downarrow$ (сторінку вниз) для набору нового параметра.
10. Набравши всі параметри, натискуємо клавішу 2nd і після клавішу statvar.
11. Програма виконується автоматично і через декілька секунд будуть готові результати.
12. Підводячи курсор поперемінно під параметри r, a, b, зчитуємо з дисплею необхідні параметри.
13. Підводячи курсор під знак Y', натискуємо Enter і набираємо факторні данні X_i і зчитуємо розрахункові данні для

контролю Y_i^1 .

Примітка. В даному випадку ми працюємо з програмою OLIN, яка будує нам тренд лінійної апроксимації за способом найменших квадратів.

$$r^2 = \frac{654.3364}{3.244(-240.1)} = -0.8400944,$$

$$r^2 = \frac{654.3364}{3.244(-240.1)} = -0.8400944,$$

$$r = \sqrt{|-0.8400944|} = -0.916567 \quad ,$$

$$b = \frac{A}{B} = \frac{-25.58}{3.244} = 7.885327,$$

$$a = \frac{1}{10}\left[93.0 - (-7.8853 \times 26.6)\right] = 30.2749.$$

Таким чином:

1) в результаті проведених нами досліджень, отримана апроксимуюча функція результатів впливу ситуативної тривожності на характеристики пам’яті :

$$\overline{y} = 30.27 - 7.88x. \qquad (2,9)$$

2) отримана точка перетину лінії регресії $a = 30.27$ з віссю у;

3) розрахунковий нахил регресії $b = \frac{30.27}{-7.88} = 3.84$;

4) одержаний коефіцієнт кореляції r= - 0.916, що говорить про надто високий зв’язок між факторною і результативною ознакою.

5. Розробка алгоритму розрахунків на ЕОМ

Маючи результати контрольних розрахунків, в подальшому досліднику потрібно створити програму на ЕОМ, або використати існуючі програми для того .щоб обробляти великі вибірки із генеральних сукупностей для підвищення інформативності і об’єктивності власних досліджень з однієї сторони, і торування шляху для інших дослідників, які будуть прямувати в цьому напрямку.

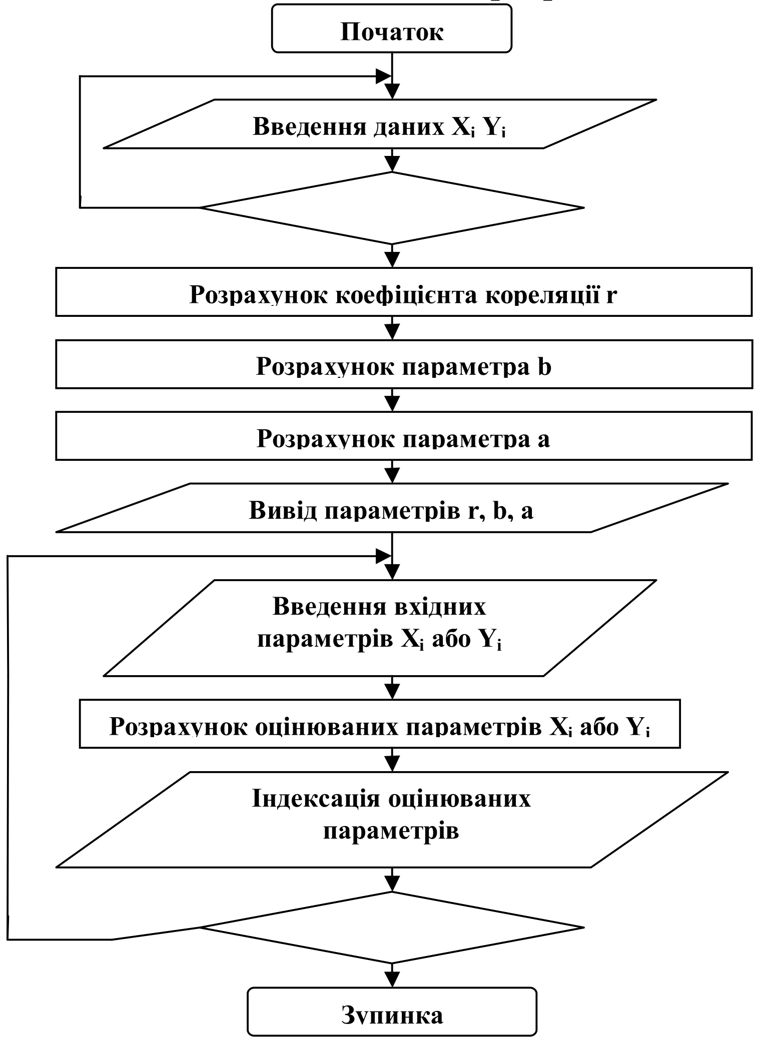
Комп’ютерна програма Execl забезпечує ефективну підтримку для проведення регресійного аналізу : 15 функцій робочих листів, створених безпосередньо для цієї мети, а також інші можливості, включаючи інструмент аналізу „Регресія”, команду меню „Правка”→ „Заполнить” → „Прогресія”, побудова лінії тренда на графіках, за допомогою яких зручніше використовувати конкретні регресійні обчислення.

Крім цього, потрібно відмітити, що програмовані мікрокалькулятори для наукових розрахунків, такі як “CITIZEN SRP–350”, “CITIZEN SRP–325G”, “ASSISTANT AC–3609” і інші, мають „вшиті” алгоритми програм для подібних розрахунків.

Негативною стороною подібних програм є відсутність формул, за якими вони були створені. Вони, фактично, є „чорним ящиком” для користувача. Серйозному досліднику необхідно створити свою програму для проведення власних досліджень.

Приведемо алгоритм програми

Б Л О К –С Х Е М А програми



Проведемо алгоритм розрахунку на програмованому мікрокалькуляторі CITIZEN SRP–350

	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
00	mode	1stat	Enter	2reg	Enter	0lin	data	input	enter	X_1
10	↓	Y_1	↓	……	2^{nd}	statvar	r=…	b=…	a=…	Y'
20	enter	X_i	Enter	Y_i^1						