

## ПОСТРОЕНИЕ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ ГИДРОАКУСТИЧЕСКОГО КАНАЛА ДЛЯ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

*О.Р. Ластовенко, асп.; В.А. Лисютин, ассист.;*

*А.А. Ярошенко, канд. физ.-мат. наук, доц.*

*Севастопольский национальный технический университет*

### ВВЕДЕНИЕ

**Передачная функция. Общие сведения.** Исследование влияния канала связи на прохождение сигнала осуществляется с помощью передаточной функции, представляющей собой оператор, преобразующий входное воздействие линейной системы в выходную реакцию. Передаточная функция гидроакустического канала зависит от пространственных координат, частоты и времени. Смысл акустической передаточной функции  $K$  заключается в следующем: если тональный сигнал с амплитудой  $S_1$  излучается в точке, координаты которой определяются радиусом-вектором  $\vec{r}_1$ , то сигнал, принятый в момент времени  $t$  в точке, определяемой радиусом-вектором  $\vec{r}_2$ , будет иметь вид  $S_2 = S_1 \cdot K(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \omega, t) \cdot e^{i\omega t}$  [1-3].

**Поглощение звука. Теоретические соображения.** Поглощение - вид потерь с иным законом изменения в зависимости от расстояния по сравнению с потерями при расширении фронта волны.

Согласно классической гидродинамической теории при распространении акустических волн в водной среде наблюдается поглощение звука за счет диссипации энергии в вязкой жидкости. Физическая сущность вязкого поглощения связана с возникновением механических напряжений при деформациях сдвига слоев жидкости и необратимым переносом импульса между ними. Сдвиговое напряжение пропорционально коэффициенту динамической (первой) вязкости. Распространение механической волны в среде сопровождается не только деформациями сдвига, но и всестороннего сжатия. При этом нарушается термодинамическое равновесие, вызывающее диссипативные релаксационные процессы, стремящиеся к восстановлению этого равновесия. Интенсивность процессов диссипации энергии характеризует коэффициент объемной (второй) вязкости [4].

Вязкое поглощение является доминирующим в пресной воде. В море оно имеет существенное значение лишь на ультразвуковых частотах. Поглощение звука в морской воде на частотах от 5 до 50 кГц во много раз больше, чем в пресной, и объясняется релаксационной теорией Мандельштама и Леонтовича взаимодействия между молекулами жидкости и растворенных в ней солей. Релаксационная теория поглощения звука является дальнейшим развитием классической и более полно разъясняет вопрос о поглощении звука в части, отнесенной классической теорией к объемной (второй) вязкости. Согласно релаксационной теории о коэффициенте объемной вязкости нельзя говорить как о некоей константе, поскольку ее величина оказывается зависящей от частоты [5].

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Математическая модель гидроакустического канала связи должна отражать существенные гидрологические факторы, влияющие на прохождение сигналов излучателя. При моделировании водной среды как «черного ящика» определяются амплитудно-частотная и фазовая характеристики между интересующими точками входа и выхода акустического сигнала. Теоретически бесконечное число точек входа и выхода приводит к необходимости разработки моделей на основе конечного числа измерений. Расчеты, основанные на этих моделях, могут быть использованы для интерполяции характеристик системы между точками наблюдения [1,6].

Известные измерения частотных характеристик гидроакустических каналов получены со свободно дрейфующих судов с применением взрывных либо короткоимпульсных источников звука.

Подводный взрыв можно приближенно рассматривать как акустический дельта-импульс, а сигнал, приходящий в гидрофон, – как функцию отклика гидроакустического канала. Тогда фурье-преобразование сигнала гидрофона характеризует частотную характеристику гидроакустического канала. Однако многократные реверберационные приходы сигнала отклика затрудняют восстановление частотной характеристики и не позволяют анализировать фазочастотную характеристику (ФЧХ) [2,5,7].

Решение одномерного уравнения Навье-Стокса позволяет получить стационарную передаточную функцию открытого планарного гидроакустического канала, зная расположение излучателя и приемника.

### РЕЗУЛЬТАТЫ

**Передачная функция открытого гидроакустического канала.** Рассмотрим уравнение Навье-Стокса, представленное в виде [5,8]

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} - \frac{b}{\rho} \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} \right) = 0, \quad (1)$$

где  $u = u(r, t)$  - оригинал переменной, под которой можно понимать, например, звуковое давление;  $c_0$  - постоянная скорость звука;  $\rho$  - плотность воды;  $b = (4/3) \cdot \eta + \zeta$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$  - коэффициенты динамической и объемной вязкости соответственно;  $r = |\vec{r}_2 - \vec{r}_1|$  - координата, отсчитанная от источника  $u(0, t)$ .

Преобразуем уравнение (1) по Лапласу при нулевых начальных условиях:

$$\frac{d^2 U}{dr^2} - \frac{s^2}{c_0^2 + bs/\rho} U = 0. \quad (2)$$

Здесь  $U = U(r, s)$  - изображение функции  $u = u(r, t)$ ;  $s = i\omega$  - комплексная частота. Обозначим

$$k = \frac{s}{\sqrt{\frac{b}{\rho} s + c_0^2}}. \quad (3)$$

Решение уравнения (2) ищем в виде

$$U(r, s) = A e^{-kr} + B e^{kr}. \quad (4)$$

Если в (4)  $B \neq 0$ , то при  $r \rightarrow \infty$   $U \rightarrow \infty$ , что не соответствует условию излучения и не имеет физического смысла. Отсюда  $B = 0$ . Для определения константы  $A$  применяем граничные условия для места расположения источника сигнала  $u(0, t)$ , а с учетом преобразования Лапласа для его изображения  $U(0, s)$ . Здесь  $r=0$ , следовательно,  $U(0, s) = A$  и уравнение (4) примет вид

$$U(r, s) = U(0, s) \cdot e^{-kr}. \quad (5)$$

Передаточная функция, соответствующая решению (5) уравнения (1), имеет вид

$$K_0(s) = U(r, s) / U(0, s) = e^{-kr}. \quad (6)$$

Заменяя  $s$  на  $i\omega$ , представим выражение (3) для коэффициента  $k$  в виде

$$k = \frac{i\omega}{\sqrt{\frac{ib\omega}{\rho} + c_0^2}} = \frac{i\omega}{c_0 \sqrt{1 + \frac{ib\omega}{c_0^2 \rho}}}. \quad (7)$$

Из физических соображений ясно, что затухание волны не должно быть слишком сильным, иначе вместо распространения колебаний возникнет апериодический процесс. Следовательно, амплитуда волны на расстояниях порядка длины волны  $r \approx \lambda$  должна изменяться слабо, т.е.  $\exp(-k\lambda) \approx 1$  или  $k\lambda \ll 1$ . При рассмотрении маловязких жидкостей, к которым относится вода, допущение  $k\lambda \ll 1$  соответствует условию

$$b^2 \omega^2 / c_0^4 \rho^2 \ll 1, \quad (8)$$

которое выполняется даже для сверхвысоких частот акустических колебаний  $\omega \sim 2\pi \cdot 10^8$  с<sup>-1</sup>. При выполнении условия (8) возможно разложить (7) в ряд в окрестности единицы и, ограничиваясь первыми двумя членами, записать [5,8]

$$k = \frac{i\omega}{c_0} \left( 1 + i \frac{b\omega}{2c_0^2 \rho} \right)^{-1/2} \approx \frac{i\omega}{c_0} \left( 1 - i \frac{b\omega}{2c_0^2 \rho} \right) = i \frac{\omega}{c_0} + \frac{b\omega^2}{2c_0^3 \rho} = ik_0 + \beta. \quad (9)$$

Из (9) видно, что коэффициент  $k$ , имеющий физический смысл волнового числа при распространении акустической волны в звукопоглощающей среде можно представить в виде двух слагаемых - волнового числа идеальной жидкости  $k_0 = \omega/c_0$  и показателя затухания

$$\beta = \frac{b\omega^2}{2c_0^3 \rho}. \quad (10)$$

Из формулы (10) видно, что с точки зрения классической гидродинамической теории показатель затухания имеет квадратичную зависимость от частоты.

Комплексная частотная характеристика  $K(i\omega)$  может быть

получена из передаточной функции  $K(s)$  заменой  $s$  на  $i\omega$  и представлена в показательном виде от действительного аргумента  $\omega$  как

$K(i\omega) = |K(i\omega)| \times e^{i\varphi(\omega)}$ , где  $|K(i\omega)|$  - амплитудно-частотная (АЧХ), а  $\varphi(\omega)$  - фазочастотная (ФЧХ) характеристики.

Заменяя  $s$  на  $i\omega$  и  $\omega/c_0$  на  $k_0$  в (7), получаем комплексную частотную характеристику открытого канала с учетом затухания:

$$K_{01}(i\omega) = \exp\left(-\frac{i\omega}{\sqrt{i\frac{b\omega}{\rho} + c_0^2}}r\right) \approx e^{-ik_0r} \times e^{-\beta r}. \quad (11)$$

Соответствующие амплитудно-частотные и фазочастотные характеристики:

$$|K_{01}| = e^{-\beta r}, \quad \varphi_1 = -kr \approx -k_0r. \quad (12)$$

**Идеальная жидкость.** Частотная характеристика гидроакустического канала с идеальной жидкостью может быть получена, если положить в (9)  $b=0$  и соответственно  $\beta=0$ . Тогда АЧХ и ФЧХ из (12):

$$|K_{02}| \equiv 1, \quad \varphi_2 = -k_0r. \quad (13)$$

**Поглощение звука в море. Экспериментальные данные.** Экспериментально обнаружено, что измеренное поглощение звука в море значительно превышает теоретически ожидаемые значения и зависит от температуры, глубины, химического состава воды. На частотах менее 1кГц поглощение существенно изменяется даже при незначительных колебаниях содержания  $pH$  [5,9,10].

Поглощение звука в гидроакустике принято выражать логарифмическим коэффициентом затухания  $\alpha$ , измеряемом в децибелах на километр.

Существует ряд эмпирических формул, аппроксимирующих накопленные разными исследователями массивы экспериментальных данных. На основании экспериментов по измерению затухания низкочастотного звука в Чёрном море получено эмпирическое соотношение для расчета коэффициента затухания [11]:

$$\alpha = \frac{A_B f}{f / f_{rB} + f_{rB} / f} + \frac{A_{rMg} f}{f / f_{rMg} + f_{rMg} / f} + Qf^2, \quad (14)$$

где  $f$  – частота, кГц,  $Q = 1.42 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{1240/T}$ , дБ/км·кГц<sup>2</sup>,  $f_{rB} = 1.125 \cdot 10^{(9-2038/T)}$ , кГц,  $A_{rMg} = 6.25 \cdot S \cdot T \cdot 10^{-6}$ , дБ/км·кГц,  $f_{rB} = 37.9 \cdot S^{0.8} \cdot 10^{-780/T}$ , кГц,  $A_B = 1.65 \cdot S \cdot 10^{(4+0.78pH-3696/T)}$ , дБ/км·кГц,  $S$  – солёность,‰,  $T$  – температура, К,  $pH$  – водородный показатель (его эффективное значение). Первое слагаемое правой части характеризует релаксационное поглощение, связанное с бором, второй – релаксационное поглощение, связанное с серноокислым магнием, третий – определяет поглощение звука в пресной воде.

**Амплитудно-частотная характеристика гидроакустического волновода.** Задача моделирования частотной характеристики гидроакустического волновода, образованного плоскопараллельным однородным слоем воды с частично отражающими границами, может быть приближенно решена аналогично [5,12] с помощью метода мнимых источников.

Комплексная частотная характеристика волновода представляется как сумма частотных характеристик трасс всех участвующих лучей:

$$K(i\omega) = K_0(i\omega) - \sum_{i=1}^n K_i(i\omega) + \sum_{k=n+1}^m K_k(i\omega), \quad (15)$$

где  $K_0(i\omega)$  – частотная характеристика, соответствующая прямому лучу «Источник-Приемник»;  $K_i(i\omega)$ ,  $K_k(i\omega)$  – частотные характеристики лучей, отраженных от поверхности нечетное и четное число раз соответственно.

На основании (15) запишем комплексную частотную характеристику гидроакустического волновода для сферической волны в виде суммы

классических «четверок»:

$$K(i\omega) = \sum_{l=0}^{\infty} (V_1 V_2)^l \left[ \frac{\exp(ikR_{l1})}{R_{l1}} + V_1 \frac{\exp(ikR_{l2})}{R_{l2}} + V_2 \frac{\exp(ikR_{l3})}{R_{l3}} + V_1 V_2 \frac{\exp(ikR_{l4})}{R_{l4}} \right], \quad (16)$$

где  $k$  – волновое число из (9);  $R_{ln}$  – расстояние, отсчитанное вдоль траектории соответствующего акустического луча;  $V_1, V_2$  – коэффициенты отражения от дна и свободной поверхности соответственно.

Коэффициент отражения от свободной поверхности  $V_2 = -1$  с большой точностью [12].

Коэффициент отражения от дна в зависимости от угла скольжения  $\alpha$  определяется

формулой [5,12]

$$V_1 = \frac{m \sin \alpha - \sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha}}{m \sin \alpha + \sqrt{n^2 - \cos^2 \alpha}}, \quad (17)$$

где  $m = \rho/\rho_1$ . Здесь  $\rho, \rho_1$  – плотность воды и нижней пограничной среды соответственно;  $n=c_0/c_1$  – относительный показатель преломления воды относительно грунта.

**Коэффициент отражения с учетом потерь.** Потери в грунте существенно сказываются на величине коэффициента отражения при углах падения, близких к критическому. При отражении звука от грунта, обладающего потерями полное внутреннее отражение не существует ни при каких значениях угла падения [5,12].

Формула (17) может применяться также и для случая отражения от грунта, обладающего потерями, если показатель преломления положить величиной комплексной  $n=n_0(1+i\mu)$ , где  $\mu$  – коэффициент потерь в грунте [12]. Коэффициент потерь по своей природе зависит от частоты, однако экспериментальными исследованиями эта зависимость в диапазоне частот 1-16 кГц для илистого и песчаного грунтов, характерных для мелководья Черного моря, не установлена [5]. Обнаруживается частотно-угловая зависимость коэффициента отражения, обусловленная проявлением сдвиговых волн для диапазона 10-400 Гц [13].

**Моделирование частотных характеристик гидроакустического волновода.**

Коэффициент отражения от верхней звукомягкой границы  $V_2 = -1$ , от нижней – зависит от угла скольжения в соответствии с формулой (17).

Комплексную частотную характеристику четырехлучевого канала с затуханием  $K_1$  запишем на основании (16) в виде

$$K_1(i\omega) = \frac{e^{-\beta R_1}}{R_1} e^{-i\omega R_1/c_0} + V_1(\alpha_2) \frac{e^{-\beta R_2}}{R_2} e^{-i\omega R_2/c_0} - \frac{e^{-\beta R_3}}{R_3} e^{-i\omega R_3/c_0} - V_1(\alpha_4) \frac{e^{-\beta R_4}}{R_4} e^{-i\omega R_4/c_0}, \quad (18)$$

Расстояния, проходимые лучами, рассчитываются по очевидным формулам:

$$R_1 = \sqrt{x^2 + (z_0 - z_1)^2}, R_2 = \sqrt{x^2 + (z_0 + z_1)^2}, R_3 = \sqrt{x^2 + (2h - z_0 - z_1)^2}, R_4 = \sqrt{x^2 + (2h - z_0 + z_1)^2},$$

где  $h$  – глубина канала;  $z_0$  – глубина источника;  $z_1$  – глубина приемника;  $x$  – расстояние по горизонтали между источником и приемником.

Углы скольжения определены из геометрических соображений по формулам:

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = (2h - z_0 - z_1) / x; \operatorname{tg} \alpha_4 = 2(2h - z_0 + z_1) / x.$$

Семейство АЧХ, построенных на основе (18) для  $h \gg \lambda$ , показана на рисунке 1. Значения физических параметров характерны для мелководных районов Черного моря:  $T=287$  К,  $c_0=1470$  м/с,  $\rho=1000$  кг/м<sup>3</sup>,  $\eta = 1.2 \cdot 10^{-3}$  Па·с,  $\xi = 2.75 \cdot \eta$ ,  $pH=8.3$ ,  $S=18\%$ ,  $h = 10$  м,  $x=10h$ ,  $z_0 = h/2$ ,  $z_1$  изменяется от 0 до  $h$  с шагом  $0.05h$ .

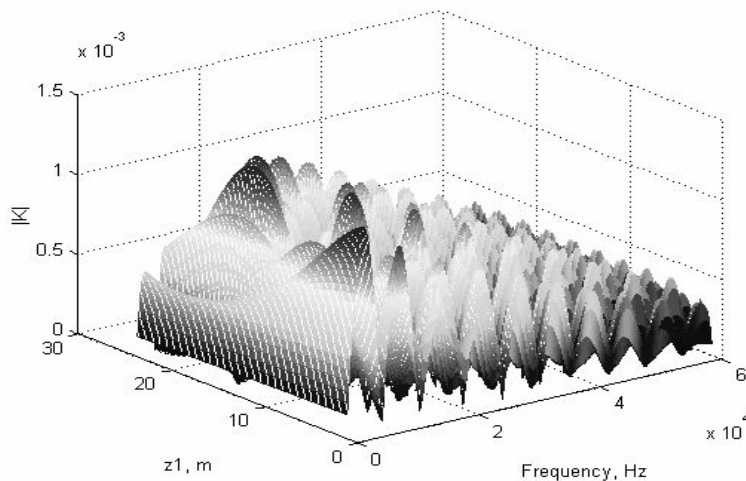


Рисунок 1-Семейство частотных характеристик гидроакустического волновода

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Частотные характеристики, рассчитанные по формуле (18), имеют отчетливую интерференционную микроструктуру, обусловленную различным набегом фазы по каждому лучу.

Моделирование передаточных функций гидроакустических каналов может быть применено для решения ряда задач подводной акустики. По передаточным функциям синтезируются цифровые фильтры, аппроксимирующие свойства морского канала связи. Исследуя прохождение различных типов сигналов через синтезированный фильтр-среду, можно вводить в сигнал компенсирующие предсказания либо включить последовательно фильтр с АЧХ, обратной АЧХ фильтра-среды.

Во многих акустических экспериментах известны входной сигнал и его спектр. Фиксируя выходной сигнал и совершая его фурье-преобразование, можно получить экспериментальные амплитудно-частотные характеристики. Сравнивая их с полученными, теоретически возможно уточнить физические параметры среды.

## SUMMARY

*Construction of transfer function of hydroacoustic waveguide is interest for propagation analysis of acoustic waves in the sea. In the article the causes of dissipative sound absorption in the sea water are analysed. The Navier-Stokes equation is solved and transfer function of hydroacoustic channel with specific physical properties of north-west part of Black Sea is simulated.*

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Косырев Б.А. Акустическое моделирование акваторий. Доклады VIII школы-семинара акад. Л.М. Бреховских/ Б.А. Косырев //Акустика океана, 2000. - ГЕОС.-М. С.233-237.
2. Попов Р.Ю. Пространственно-временная изменчивость передаточных функций многомодового океанического волновода/ Р.Ю. Попов, С.Д.Чупров //Акустические волны в океане. –М.:Наука,1987. С. 92.
3. Лаваль Р. Влияние неоднородности и неустойчивости среды на пространственную и временную обработку сигналов/Р.Лаваль, И.Лабаск //Подводная акустика и обработка сигналов.-М.:Мир,1985.-484 с.
4. Ландау Л.Л. Гидродинамика/Л.Л.Ландау, Е.М.Лифшиц.-М.: Наука. Гл.ред физ.-мат.лит., 1986.-736с.

5. Сташкевич А.П. Акустика моря. -Л.: Судостроение, 1966.-353 с.
6. Акустика океана/ И.Толстой, К.С.Клей. - М.: Мир, 1969. - 297 с.
7. Карачун Л.Э. Получение аналитического и графического отображения передаточной характеристики гидроакустического канала с использованием импульсных сигналов / Л.Э. Карачун, А.Е. Малашенко, А.А. Тобояков, А.М. Василенко //Акустика океана, Атмосферная акустика: Сборник трудов XIII сессии Российского акустического общества. - М.:ГЕОС,2003. - Т.4. -С. 60-62.
8. Теория волн/ М.Б. Виноградова, О.В. Руденко, А.П. Сухоруков.- М.: Наука, 1979. - 383 с.
9. Урик Р.Дж. Основы гидроакустики. – Л.: Судостроение,1978. – 444 с.
10. Меллен Р. Химическое поглощение звука в море.- М.: Мир,1985. - С.69.
11. Вадов Р.А. Поглощение и затухание звука в морской среде //Акуст. журн. - 2000. - Т.46. №5.С.624-632.
12. Акустика океана/ Под ред. Л.М. Бреховских.- М.: Наука, 1974.-693 с.
13. Студеничник Н.В. Исследования коэффициента отражения звука от дна в диапазоне углов полного внутреннего отражения: Доклады VIII школы-семинара акад. Л.М. Бреховских // Акустика океана. – ГЕОС, 2000. - С.161-165.

*Поступила в редколлегию 24 ноября 2004г.*